

УДК 621.7 : 539.3

DOI dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2016-2-22-29

Идентификация модифицированного условия текучести Друкера–Прагера и моделирование процесса уплотнения пластифицированного титансодержащего сырья

© 2016 г. **И.М. Березин, А.В. Нестеренко, А.Г. Залазинский**

Институт машиноведения (ИМАШ) УрО РАН, г. Екатеринбург

Статья поступила в редакцию 28.12.15 г., доработана и подписана в печать 25.01.16 г.

Рассматривается методика компьютерного моделирования процесса уплотнения некомпактного материала из титанового сырья. Для описания реологического течения деформируемой массы использована модифицированная модель текучести Друкера–Прагера. Показано, что при идентификации принятой модели с точностью, приемлемой для инженерных расчетов, целесообразно использовать вспомогательную кривую на основе лемнискаты Бернулли, что позволяет снизить количество экспериментов, необходимых для построения кусочно-гладкой кривой текучести Друкера–Прагера. Исследован процесс пластической деформации ячейки представительного объема отсева титановой губки в различных напряженно-деформированных состояниях. Для улучшения формовости некомпактного титансодержащего сырья использован эффект пластифицирования, связанный с увеличением количества пластичной β -фазы при легировании водородом. На основе теоретических и экспериментальных исследований выявлено, что легирование водородом позволяет получить более плотную заготовку при неизменных температуре и усилии прессования по сравнению с традиционной технологией уплотнения титановой губки. Установлено, что равномерность распределения относительной плотности по осевому сечению заготовки увеличивается при дополнительном легировании водородом. Показана удовлетворительная сходимость результатов компьютерного моделирования и экспериментального исследования процесса компактирования титановой губки в закрытой пресс-форме.

Ключевые слова: титановая губка, термоводородное легирование, пластифицирование титана, моделирование, пористый материал, метод конечных элементов, модифицированная модель текучести Друкера–Прагера.

Березин И.М. – канд. техн. наук, науч. сотрудник лаборатории системного моделирования ИМАШ УрО РАН (620049, г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, 34), ст. науч. сотрудник УрФУ (620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19). E-mail: berezin.e-mail@yandex.ru.

Нестеренко А.В. – канд. техн. наук, науч. сотрудник лаборатории микромеханики материалов ИМАШ УрО РАН. E-mail: nav@imach.uran.ru.

Залазинский А.Г. – докт. техн. наук, проф., зав. лабораторией системного моделирования ИМАШ УрО РАН.

Для цитирования: Березин И.М., Нестеренко А.В., Залазинский А.Г. Идентификация модифицированного условия текучести Друкера–Прагера и моделирование процесса уплотнения пластифицированного титансодержащего сырья // Изв. вузов. Порошк. металлургия и функц. покрытия. 2016. No. 2. С. 22–29. DOI: dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2016-2-22-29.

Berezin I.M., Nesterenko A.V., Zalazinskii A.G.

Identification of modified Drucker-Prager yield condition and modeling of plasticized titanium raw material compaction

A computer simulation technique for the process of non-compact titanium raw material compaction is considered. The modified Drucker–Prager plasticity model is used to describe the rheological flow of strained material. It is shown that it is advisable to use an auxiliary curve based on the Bernoulli lemniscate for the identification of the accepted yield model with accuracy acceptable for engineering calculations. It allows reducing the number of experiments required to build piecewise smooth Drucker–Prager yield curve. Plastic deformation of representative volume element of titanium sponge screening in various stress-strain states was studied. The plasticizing effect related to the increase of plastic β -phase while hydrogen alloying was used to improve the formability of non-compact titanium raw materials. Based on theoretical and experimental studies, it was found that the hydrogen alloying provides a denser workpiece at constant temperature and compression force compared to the traditional compression technology of titanium sponge. It is shown that the uniformity of the relative density distribution in the axial section of the workpiece increases with the additional hydrogen alloying.

Keywords: titanium sponge, thermohydrogen alloying, titanium plasticizing, modeling, porous material, finite-element method, modified Drucker–Prager Cap plasticity model.

Berezin I.M. – PhD Eng. Sci., Researcher at the Laboratory of system simulation, IES RAS (Ural Branch) (620049, Russia, Ekaterinburg, Komsomolskaya str., 34), Senior Researcher at the Ural Federal University (620002, Russia, Ekaterinburg, Mira str., 19). E-mail: berezin.e-mail@yandex.ru.

Nesterenko A.V. – PhD Eng. Sci., Researcher at the Laboratory of material micromechanics, IES RAS (Ural Branch). E-mail: nav@imach.uran.ru.

Zalazinskii A.G. – Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head at the Laboratory of system simulation, IES RAS (Ural Branch).

Citation: Berezin I.M., Nesterenko A.V., Zalazinskii A.G. Identifikatsiya modifitsirovannogo usloviya tekuchesti Drukera–Pragera i modelirovanie protsessa uplotneniya plastifitsirovannogo titansoderzhashchego syr'ya. *Izv. vuzov. Poroshk. metallurgiya i funkts. pokrytiya*. 2016. No. 2. С. 22–29. DOI: dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2016-2-22-29

Введение

Работы, направленные на снижение стоимости технологий порошковой металлургии титана, ведутся и в России, и в зарубежных странах. В частности, для снижения стоимости исходных материалов используют сравнительно недорогие отсеvy титановой губки, механолегированные сплавы на основе дешевых порошков титана, стружечные отходы, порошки, полученные переработкой отходов промышленного производства. В указанном направлении реализован инновационный проект Национальной академии наук Украины, результаты которого опубликованы в статье [1]. Для улучшения формуемости некомпактных Ti-содержащих сплавов целесообразно использовать эффект пластифицирования титана, связанный с увеличением количества пластичной β -фазы при легировании водородом [2–5]. В результате удается снизить температурно-силовые параметры и время воздействия на такие материалы при их формовании. При этом водородное легирование носит временный характер, и после операции пластического деформирования водород удаляется путем отжига в вакууме.

Возможности современных пакетов инженерного анализа позволяют исследовать влияние различных технологических аспектов на свойства продукции без проведения дорогостоящих производственных экспериментов. Компьютерное моделирование открывает перспективы для совершенствования процессов уплотнения порошковых материалов путем подбора оптимальных схем напряженно-деформированного состояния еще на стадии разработки технологии производства. Однако математические модели, заложенные в такие расчетные системы, как Ansys, Abaqus и др., требуют определения входящих в них внутренних коэффициентов, количество которых может быть достаточно большим.

Процедура идентификации параметров условия текучести уплотняемых материалов вызывает значительные трудности, связанные с необходимостью использования дорогостоящего оборудования и созданием адекватной методики проведения экспериментов. Поэтому целью данной работы являлась разработка методики идентификации условия текучести для моделирования процессов пластического деформирования некомпактного титаносодержащего сырья, подвергнутого термоводородной обработке.

Материал и эксперименты

В качестве объектов исследования использованы частицы отсева титановой губки марки ТГ-ОП-1, содержащей согласно ТУ 1715-484-05785388-2005 следующие примеси, мас. %: 0,24 Fe, 0,064 Mg, 0,025 Ni и 0,041 Cr, а также газы в количестве, мас. %: 0,089 Cl, 0,007 N, 0,041 O и 0,007 C. Гранулометрический состав соответствовал частицам размерами от 2 до 5 мм. Гидрирование проводилось методом термодиффузии в вакуумной установке типа Сивертса до концентрации 0,5 мас. % H. В качестве источника чистого водорода использовался дигидрид титана. Содержание водорода в титане определялось по изменению давления в калиброванном объеме реактора и контролировалось весовым методом.

Наводороженная и ненаводороженная губки компактировались на гидравлическом прессе в замкнутом цилиндрическом контейнере радиусом $R = 10$ мм при давлении 1000 МПа и температуре 325 °С. Высота насыпки титановой губки составляла $H = 56$ мм, начальная относительная плотность $\rho_{\text{отн}} = 0,52$. Выбор температуры компактирования 325 °С обусловлен тем, что в титане с содержанием 0,5 мас. % H наблюдается выделение β -фазы, способствующей снижению сопротивления деформации и деформационного упрочнения. Фактическая плотность брикета определялась по результатам измерения геометрических размеров и взвешивания. Теоретическая плотность компактного титана без водорода составляла $\rho_{\text{теор}} = 4540$ кг/м³, а легированного 0,5 мас. % H, по данным [6], — 4340 кг/м³.

После компактирования поверхность брикетов подвергалась минимально необходимой механической обработке. Визуальный осмотр позволяет

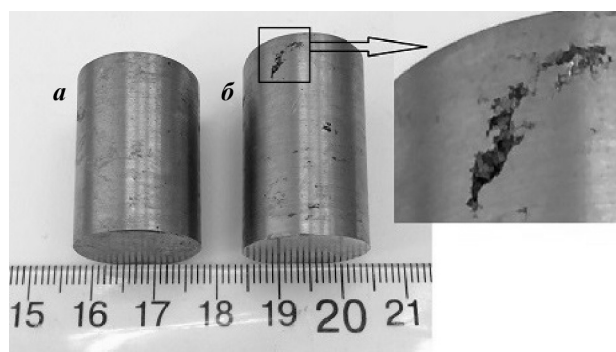


Рис. 1. Брикеты титановой губки после компактирования

a — гидрированная титановая губка; *b* — губка без водорода

отметить более плотную поверхность гидрированного брикета (рис. 1, а), на которой менее заметны границы отдельных частиц спрессованной губки. Подробное описание экспериментального исследования влияния водородного легирования на свойства брикетов, полученных из титановой губки, приведено в работе [7].

Методика идентификации условия текучести

Для описания реологического течения титановой губки использована модифицированная модель текучести Друкера—Прагера (Modified Drucker—Prager cap model), также известная как DPC-модель, реализованная в программном комплексе Abaqus [8]. Составная кусочно-гладкая кривая текучести Друкера—Прагера описывается уравнениями

$$\begin{aligned} f_1 &= \tau - d - \sigma \operatorname{tg} \beta = 0, \\ f_2 &= \sqrt{(\sigma - c)^2 + \left(\frac{R}{1 + \alpha - \alpha / \cos \beta} \tau \right)^2} - m = 0, \\ f_3 &= \sqrt{(\sigma - c)^2 + \left[\tau - \left(1 - \frac{\alpha}{\cos \beta} \right) \frac{n}{\alpha} \right]^2} - n = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь τ — интенсивность касательных напряжений, σ — среднее нормальное напряжение, d — предельное сопротивление срезу, β — угол наклона прямолинейного участка f_1 к гидростатической оси. Функции состояния материала c , m и n могут быть выражены как

$$\begin{aligned} c &= \frac{p_b - Rd}{1 + R \operatorname{tg} \beta}, \\ m &= R(d + c \operatorname{tg} \beta), \\ n &= \alpha(d + c \operatorname{tg} \beta), \end{aligned} \quad (2)$$

где p_b — предел текучести на всестороннее сжатие, R — эксцентриситет эллиптического участка, α — коэффициент, пропорциональный радиусу скругления между участками f_1 и f_3 .

Идентификация параметров принятой модели текучести предполагает проведение серии экспериментов для неспеченных заготовок одинаковой исходной плотности [9—16]:

- одноосное сжатие цилиндрических брикетов;
- радиальное сжатие тонких цилиндрических образцов;

- сжатие в закрытой пресс-форме;
- изостатическое прессование.

Сложность методологии их реализации приводит к попыткам отыскать более простые способы идентификации кривой текучести. В частности, составную кусочно-гладкую кривую текучести Друкера—Прагера можно аппроксимировать функцией с меньшим количеством внутренних переменных и использовать такой прием для идентификации параметров исходной модели.

Известно, что поверхность нагружения уплотняемого материала может быть представлена в виде тела вращения относительно гидростатической оси, образованной лемниской [17]. В данной работе введено модифицированное уравнение лемнискаты Бернулли, позволяющее аппроксимировать кривую течения для пластически-сжимаемого материала:

$$\tau^* = k \left[\sqrt{2(\sigma^* k_3 - k_2)^{2k_1} + 1/4} - (\sigma^* k_3 - k_2)^{2k_1} - 1/2 \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где τ^* и σ^* — интенсивность касательных напряжений и среднее нормальное напряжение, представленные в безразмерной форме ($\tau^* = \tau/p_b$, $\sigma^* = \sigma/p_b$); k_1 — k_3 — коэффициенты, принимающие значения $k_1 = 1$, $k_2 = 0$, $k_3 = 1$ для порошкового материала и $k_1 = 2$, $k_2 = 1/2$, $k_3 = 1/2$ для пористого; k — коэффициент, приближающий лемнискату к кривой текучести Друкера—Прагера.

На рис. 2 показано качественное сравнение геометрической интерпретации модифицированного условия текучести Друкера—Прагера и кривых в виде лемнискаты на плоскости τ^* — σ^* . Отметим, что предел текучести на всестороннее растяже-

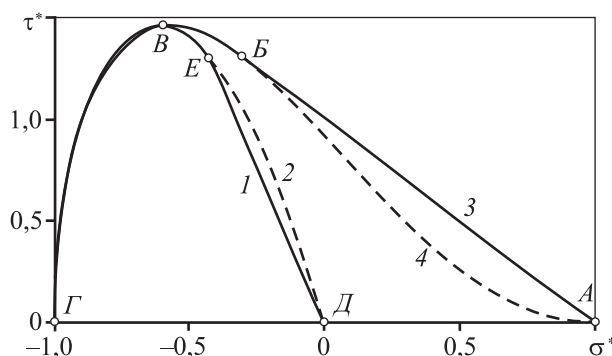


Рис. 2. Качественное сравнение геометрической интерпретации модифицированного условия текучести Друкера—Прагера (сплошные линии) и аппроксимирующей кривой в виде лемнискаты (штриховые)

1 и 2 — порошковый материал; 3 и 4 — пористый материал

ние отсева титановой губки принимается равным нулю, так как сцепление между частицами в начальном состоянии отсутствует и материал некомпактен. Видно, что кр. 1 и 2 пересекаются в следующих точках:

- т. *D* — предел текучести на всестороннее растяжение;
- т. *E*, лежащая на пересечении прямолинейного участка кривой Друкера—Прагера и лемнискаты;
- т. *B* — предел уплотнения;
- т. *G* — предел текучести на всестороннее сжатие.

Аналогично кр. 3 и 4 пересекаются в точках *A*, *B*, *B* и *G*. Для однозначной идентификации параметров исходной модели при условии, что предел текучести на всестороннее растяжение отсева титановой губки в исходном состоянии равен нулю, необходимо провести только 2 эксперимента: сжатие в закрытой пресс-форме и изостатическое прессование. Следует отметить, что в данной работе рассматривается только процесс уплотнения, следовательно, напряженное состояние в деформируемом материале будет соответствовать точкам, лежащим внутри эллиптического участка *BG*, где кривые, заданные уравнением (3) и DPC-моделью, близки друг к другу. Это позволяет сделать вывод о возможности применения такого технического приема для определения коэффициентов исходной кривой текучести Друкера—Прагера.

Наряду с уменьшением количества необходимых экспериментальных точек при построении кривой текучести существует возможность заменить трудоемкие физические эксперименты имитационным моделированием с применением основополагающих принципов механики структурно-неоднородных тел [18]. Суть данного подхода сводится к определению точек, необходимых для построения кривой текучести, путем моделирования пластической деформации ячеек представительного объема на основе применения численных методов. Схема нагружения ячейки представительного объема показана на рис. 3.

Имитационное моделирование выполнено для процесса деформирования 1/8 части ячейки представительного объема и рассмотрены два случая: изостатическое прессование и сжатие в закрытой пресс-форме. Ячейка деформировалась путем жесткого нагружения — перемещения Δh_i поверхностей, имитирующих воздействие окружающих ячейку соседних частиц. Диаметр ячейки состав-

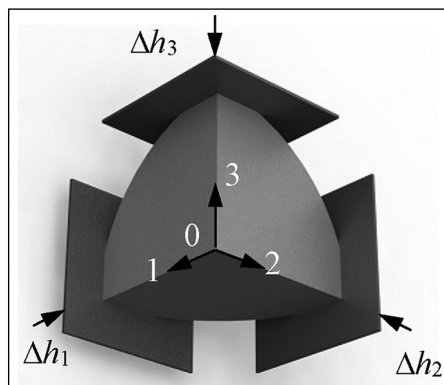


Рис. 3. Схема нагружения 1/8 части ячейки представительного объема титановой губки

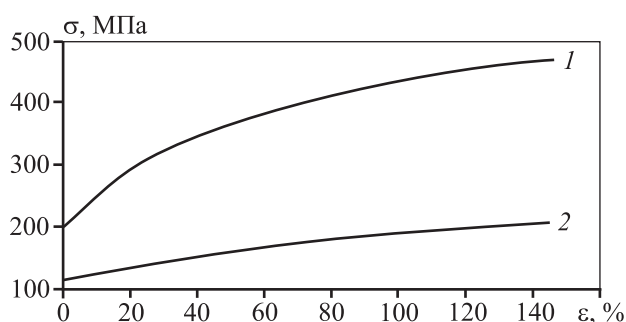


Рис. 4. Кривые деформационного упрочнения титана при температуре 325 °С и концентрации водорода 0 (1) [19] и 0,5 мас.% (2) [20]

лял $D = 2$ мм, относительная плотность материала при выбранной схеме упаковки частиц $\rho_{отн} = 0,52$; модуль Юнга $E = 112$ ГПа и коэффициент Пуассона $\nu = 0,34$.

Кривые деформационного упрочнения титана при испытаниях на сжатие показаны на рис. 4. Скорость деформирования ячейки $\dot{\nu} = 2$ мм/с. Силы трения между площадками контакта ячейки и вспомогательными поверхностями не учитывались. Перемещение материала деформируемой ячейки ограничено плоскостями 1—0—2, 1—0—3 и 2—0—3. Для решения задачи использована система конечно-элементного анализа Abaqus, сетка конечных элементов — C3D8R, количество элементов — 1000 шт.

Результаты моделирования и их обсуждение

На рис. 5 показано распределение интенсивности напряжений (σ_i) в 1/8 ячейки представительного объема наводороженной титановой губки при всестороннем равномерном сжатии и значениях

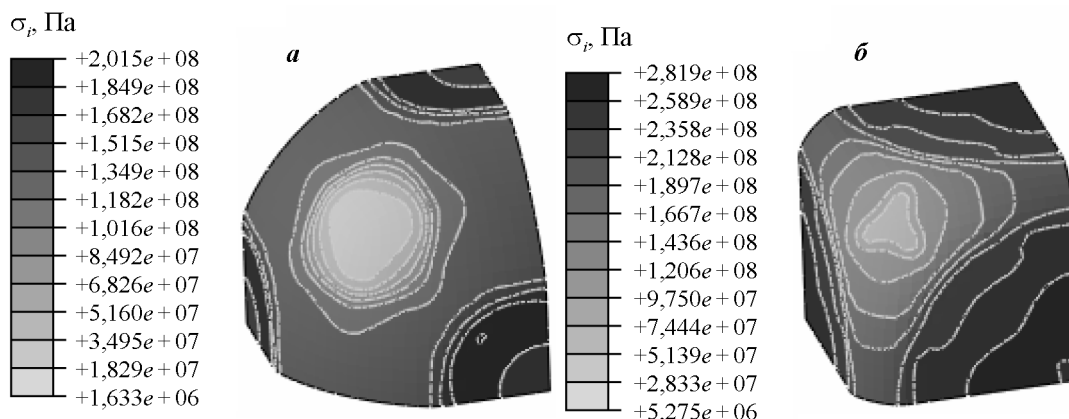


Рис. 5. Распределение интенсивности напряжений в 1/8 ячейки представительного объема при $\epsilon_v^{pl} = 0,28$ (а) и $0,56$ (б)

объемной пластической деформации $\epsilon_v^{pl} = 0,28$ и $0,56$, найденных по уравнению

$$\epsilon_v^{pl} = \ln(V_0/V), \quad (4)$$

где $V_0 = 1$ — первоначальный объем ячейки представительного объема, V — ее объем после деформации.

В результате имитационного моделирования пластического деформирования ячейки представительного объема получены значения главных напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 для процессов изостатического прессования и сжатия в закрытой прессформе титановой губки. Далее определены значения интенсивности касательных напряжений (τ) и среднего нормального напряжения (σ) при различных значениях объемной пластической деформации (ϵ_v^{pl}).

На рис. 6 показаны кривые в виде лемнискаты при относительной плотности материала $\rho_{отн} = 0,713$. Точки, полученные путем имитационного моделирования пластической деформации ячейки представительного объема и обозначенные знаком «○», соответствуют напряженному состоянию всестороннего равномерного сжатия, а знаком «●» — напряженному состоянию компактирования в закрытой пресс-форме. Уравнение лемнискаты для титановой губки без водорода (кр. 1) имеет вид

$$\tau = 283 \left[\sqrt{2\sigma^{*2} + 1/4} - \sigma^{*2} - 1/2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

а для содержащей 0,5 мас.% Н (кр. 2) —

$$\tau = 127 \left[\sqrt{2\sigma^{*2} + 1/4} - \sigma^{*2} - 1/2 \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Для определения эволюции кривых текучести построены зависимости объемной пластической

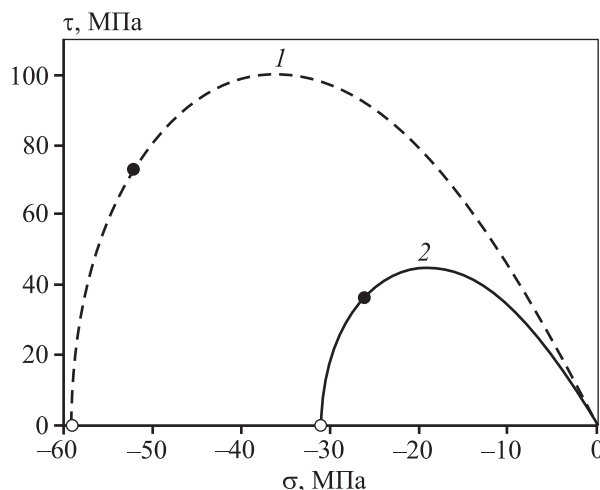


Рис. 6. Кривые в виде лемнискаты для титановой губки при температуре 325 °С и концентрации водорода 0 (1) и 0,5 мас.% (2)

деформации (ϵ_v^{pl}) от всестороннего равномерного давления (p), полученные в ходе имитационного моделирования деформации ячейки представительного объема (рис. 7).

На основе построенных лемнискат определены коэффициенты кривой текучести Друкера—Прагера для титановой губки с относительной плотностью $\rho_{отн} = 0,52$ (табл. 1), необходимые для моделирования процесса компактирования.

Для описания упругих характеристик пористого материала при компактировании использованы следующие зависимости:

$$v^{пм} = v\rho_{отн}, \quad (7)$$

$$E^{пм} = E\rho_{отн}.$$

Здесь E^{pm} , E и ν^{pm} , ν — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона пористого и беспористого материалов.

Данные зависимости коррелируют с результатами исследования упругих характеристик пористых материалов, приведенных в работе [17]. Использована модель внешнего трения Амонтона—Кулона при коэффициенте трения $\mu = 0,2$.

На рис. 8 показано распределение плотности в сечении компактируемой заготовки из титановой губки при достижении давления прессования $p_{пр} = 1000$ МПа. В горизонтальном направлении в слое, прилегающем к деформирующему инструменту, плотность повышается от центра к периферии, тогда как в слое, находящемся на дне контейнера, наоборот, она возрастает от периферии к центру. Разница между максимальными значениями плотности по высоте прессовки для титановой губки без водорода составляет 4,3 % (рис. 8, а), а для содержащей 0,5 мас.% Н — 1,4 % (рис. 8, б).

Неоднородное распределение плотности по объему брикета обусловлено затратой усилия ком-

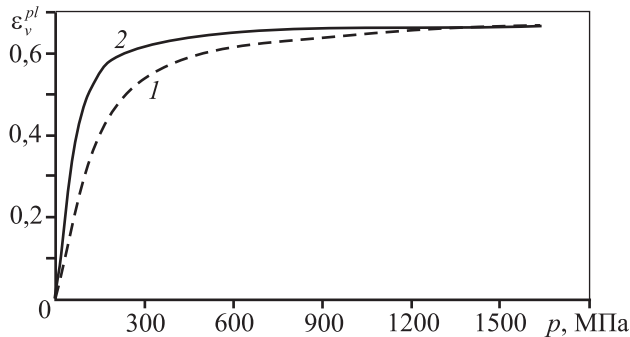


Рис. 7. Зависимость объемной пластической деформации от всестороннего равномерного давления при температуре 325 °C и концентрации водорода 0 (1) и 0,5 мас.% (2)

пактирования на преодоление внешнего трения прессуемой массы о контактирующие с ней поверхности элементов пресс-формы. Видно, что в случае наводороженной титановой губки (см. рис. 8, б) брикет получается более плотным. При этом область с плотностью, близкой к теоретической ($\rho_{теор} = 4340$ кг/м³), занимает не менее 50 % от общей площади сечения брикета. Можно сделать вывод о том, что операция легирования водородом позволяет получить более плотную заготовку при неизменных температуре и усилии прессования.

Сравнение результатов моделирования и эксперимента по определению относительной плотности брикетов из титановой губки, спрессованных под давлением 1000 МПа при температуре 325 °C, приведено в табл. 2. Отклонение средних значений $\rho_{отн}$, полученных путем моделирования и экс-

Таблица 1. Коэффициенты кривой текучести Друкера—Прагера для титановой губки

C_H , мас.%	β , град	R	ϵ_v^{pl}/l_0	α	K	d , МПа
0	70	0,23	0	0,05	1	1
0,5	64,5	0,256	0	0,05	1	1

Примечание. Значения коэффициентов R , ϵ_v^{pl}/l_0 , α и K приведены в безразмерной форме.

Таблица 2. Экспериментальные и расчетные значения относительной плотности брикетов из титановой губки

C_H , мас.%	$\rho_{отн}^{эксп}$	$\rho_{отн}^{расч}$
0	0,965	0,973
0,5	0,978	0,993

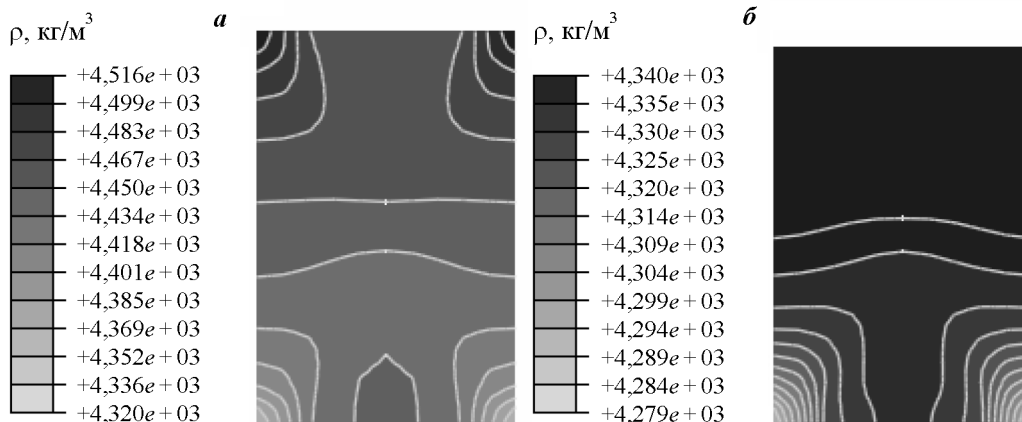


Рис. 8. Распределение плотности по осевому сечению спрессованной заготовки при температуре 325 °C и содержании водорода 0 (а) и 0,5 мас.% (б)

перимента, не превышает 2 %, что позволяет сделать вывод об удовлетворительной сходимости результатов исследования.

Заключение

Разработана методика идентификации модифицированной модели текучести Друкера—Прагера, позволяющая заменить трудоемкую процедуру проведения физических экспериментов на использование аппроксимирующей кривой в виде лемнискаты и имитационного моделирования пластического деформирования ячейки представительного объема. Для определения эволюции кривых текучести построены зависимости объемной пластической деформации от всестороннего равномерного давления.

Осуществлено моделирование процесса компактирования титановой губки при температуре 325 °С и концентрации водорода 0 и 0,5 мас.%. Значения средней относительной плотности брикетов, полученные с помощью компьютерного моделирования, удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами процесса компактирования титановой губки. При этом погрешность не превышает 2 %.

Литература

1. *Ивасишин О.М., Саввакин Д.Г., Бондарева К.А., Моксон В.С., Дузь В.А.* Производство титановых сплавов и деталей экономичным методом порошковой металлургии для широкомасштабного промышленного применения // Наука та інновації. 2005. Т. 1. №. 2. С. 44—57.
2. *Шевченко В.В., Низкин И.Д., Мальков А.В., Лукьянова Е.В.* Особенности компактирования гранул титанового сплава VT5-1кт, легированных водородом // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2008. №. 3. С. 39—45.
3. *Скворцова С.В., Ильин А.А., Сенкевич К.С.* Формирование структуры гранул из сплава VT6 при термоводородной обработке // Титан. 2010. №. 4. С. 18—22.
4. *Lapovok R., Tomus D., Skripnyuk V.M., Barnett M.R., Gibson M.A.* The effect of hydrogenation on the ECAP compaction of Ti—6Al—4V powder and the mechanical properties of compacts // Mater. Sci. Eng. A. 2009. Vol. 513—514. P. 97—108.
5. *Lapovok R., Tomus D., Barnett M.R., Gibson M.A.* Use of residual hydrogen to produce CP-Ti powder compacts for low temperature rolling // Int. J. Mater. Res. 2009. Vol. 100. No. 12. P. 1727—1738.
6. *Мюллер В., Блэкледж Д., Либовиц Дж.* Гидриды металлов. М.: Атомиздат, 1973.
7. *Nesterenko A.V., Novozhonov V.I., Zalazinskii A.G., Skripov A.V.* Influence of temperature on compactibility of briquettes of titanium sponge alloyed with hydrogen // Russ. J. Non-Ferr. Met. 2015. Vol. 56. No. 3. P. 287—292.
8. ABAQUS 6.10 Theory Manual 2010, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA.
9. *Chtourou H., Guillot M., Gakwaya A.* Modeling of the metal powder compaction process using the cap model. Part I. Experimental material characterization and validation // Int. J. Solids Struct. 2002. Vol. 39. No. 4. P. 1059—1075.
10. *Zhang B.S., Jain M., Zhao C.H., Bruhis M., Lawcock R., Ly K.* Experimental calibration of density-dependent modified Drucker-Prager Cap model using an instrumented cubic die for powder compact // Powder Technol. 2010. Vol. 204. No. 1. P. 27—41.
11. *Shang C., Sinka I.C., Pan J.* Constitutive Model Calibration for Powder Compaction Using Instrumented Die Testing // Exper. Mech. 2012. Vol. 52. No. 7. P. 903—916.
12. *Garner S., Strong J., Zavaliangos A.* The extrapolation of the Drucker-Prager/Cap material parameters to low and high relative densities // Powder Technol. 2015. Vol. 283. P. 210—226.
13. *Hernandez J.A., Oliver J., Cante J.C., Weyler R.* Numerical modeling of crack formation in powder forming processes // Int. J. Solids Struct. 2011. Vol. 48. No. 2. P. 292—316.
14. *Jonsen P., Haggblat H.A., Sommer K.* Tensile strength and fracture energy of pressed metal powder by diametral compression test // Powder Technol. 2007. Vol. 176. No. 2-3. P. 148—155.
15. *Procopio A.P., Zavaliangos A., Cunningham J.C.* Analysis of the diametrical compression test and the applicability to plastically deforming materials // J. Mater. Sci. 2003. Vol. 38. No. 17. P. 3629—3639.
16. *Han L.H., Elliot J.A., Bentham A.C., Mills A., Amidon G.E., Hancock B.C.* A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders // Int. J. Solids Struct. 2008. Vol. 45. No.10. P. 3088—3106.
17. *Рыбин Ю.И., Рудской А.И., Золотов А.М.* Математическое моделирование и проектирование технологических процессов обработки металлов давлением. СПб.: Наука, 2004.
18. *Залазинский А.Г.* Пластическое деформирование структурно-неоднородных материалов. Екатеринбург: УрО РАН, 2000.
19. *Полухин П.И., Гун Г.Я., Галкин А.М.* Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1983.
20. *Аксенов Ю.А., Башкин И.О., Колмогоров В.Л., Понятовский Е.Г., Талуц Г.Г., Катая В.К., Левин И.В., Потапенко Ю.И., Трубин А.Н.* Влияние водорода на пластичность и сопротивление деформации технического

титана VT1-0 при температурах до 750 °C // ФММ. 1989. Т. 67. No. 5. С. 993—999.

References

1. *Ivasishin O.M., Savvakina D.G., Bondareva K.A., Mokson V.S., Duz' V.A.* Proizvodstvo titanovykh splavov i detalei ekonomichnym metodom poroshkovoi metallurgii dlya shirokomasshtabnogo promyshlennogo primeneniya [Manufacture of titanium alloy and parts economical method of powder metallurgy for large-scale industrial applications]. *Nauka ta innovacii*. 2005. Vol. 1. No. 2. P. 44—57.
2. *Shevchenko V.V., Nizkin I.D., Mal'kov A.V., Luk'yanova E.V.* Osobenno-sti kompaktirovaniya granul titanovogo splava VT5-1kt, legirovannykh vodorodom [Features of compacting the granules VT5-1kt titanium alloy doped with hydrogen]. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2008. No. 3. P. 39—45.
3. *Skvortsova S.V., Il'in A.A., Senkevich K.S.* Formirovanie struktury granul iz splava VT6 pri termovodorodnoi obrabotke [Formation of the structure of the granules of the alloy VT6 with the thermo-hydrogen treatment]. *Titan*. 2010. No. 4. P. 18—22.
4. *Lapovok R., Tomus D., Skripnyuk V.M., Barnett M.R., Gibson M.A.* The effect of hydrogenation on the ECAP compaction of Ti—6Al—4V powder and the mechanical properties of compacts. *Mater. Sci. Eng. A*. 2009. Vol. 513—514. P. 97—108.
5. *Lapovok R., Tomus D., Barnett M.R., Gibson M.A.* Use of residual hydrogen to produce CP-Ti powder compacts for low temperature rolling. *Int. J. Mater. Res.* 2009. Vol. 100. No. 12. P. 1727—1738.
6. *Mueller W.M., Blackledge J.P., Libowitz G.G.* Gidridy metallov [Metal hydrides]. Moscow: Atomizdat, 1973.
7. *Nesterenko A.V., Novozhonov V.I., Zalazinskii A.G., Skripov A.V.* Influence of temperature on compactibility of briquettes of titanium sponge alloyed with hydrogen. *Russ. J. Non-Ferr. Met.* 2015. Vol. 56. No. 3. P. 287—292.
8. ABAQUS 6.8 Theory Manual 2007, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA.
9. *Chtourou H., Guillot M., Gakwaya A.* Modeling of the metal powder compaction process using the cap model. Pt. I. Experimental material characterization and validation. *Int. J. Solids Struct.* 2002. Vol. 39. No. 4. P. 1059—1075.
10. *Zhang B.S., Jain M., Zhao C.H., Bruhis M., Lawcock R., Ly K.* Experimental calibration of density-dependent modified Drucker-Prager Cap model using an instrumented cubic die for powder compact. *Powder Technol.* 2010. Vol. 204. No. 1. P. 27—41.
11. *Shang C., Sinka I.C., Pan J.* Constitutive Model Calibration for Powder Compaction Using Instrumented Die Testing. *Exper. Mechan.* 2012. Vol. 52. No. 7. P. 903—916.
12. *Garner S., Strong J., Zavaliangos A.* The extrapolation of the Drucker-Prager/Cap material parameters to low and high relative densities. *Powder Technol.* 2015. Vol. 283. P. 210—226.
13. *Hernandez J.A., Oliver J., Cante J.C., Weyler R.* Numerical modeling of crack formation in powder forming processes. *Int. J. Solids Struct.* 2011. Vol. 48. No. 2. P. 292—316.
14. *Jonsen P., Haggblat H.A., Sommer K.* Tensile strength and fracture energy of pressed metal powder by diametral compression test. *Powder Technol.* 2007. Vol. 176. No. 2-3. P. 148—155.
15. *Procopio A.P., Zavaliangos A., Cunningham J.C.* Analysis of the diametrical compression test and the applicability to plastically deforming materials. *J. Mater. Sci.* 2003. Vol. 38. No. 17. P. 3629—3639.
16. *Han L.H., Elliot J.A., Bentham A.C., Mills A., Amidon G.E., Hancock B.C.* A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders. *Int. J. Solids Struct.* 2008. Vol. 45. No.10. P. 3088—3106.
17. *Rybin Yu.I., Rudskoi A.I., Zolotov A.M.* Matematicheskoe modelirovanie i proektirovanie tekhnologicheskikh protsessov obrabotki metallov davleniem [Mathematical simulation and design of metal forming processes]. S.Pb.: Nauka, 2004.
18. *Zalazinskii A.G.* Plasticheskoe deformirovanie strukturno-neodnorodnykh materialov [Plastic deformation of structural inhomogeneous materials]. Ekaterinburg: UrO RAN, 2000.
19. *Polukhin P.I., Gun G.Ya., Galkin A.M.* Soprotivlenie plasticheskoi deformatsii metallov i splavov [Resistance of plastic deformation of metals and alloys]. Moscow: Metallurgiya, 1983.
20. *Aksenov Yu.A., Bashkin I.O., Kolmogorov V.L., Ponyatovskii E.G., Taluts G.G., Kataya V.K., Levin I.V., Potapenko Yu.I., Trubin A.N.* Vliyanie vodoroda na plastichnost' i soprotivlenie deformatsii tekhnicheskogo titana VT1-0 pri temperaturakh do 750 °C [Influence of hydrogen on plasticity and resistance of deformation of the technical titan of WT1-0 at temperatures to 750 °C]. *Fizika metallov i metallovedenie*. 1989. Vol. 67. No. 5. P. 993—999.