

УДК 621.762-419.8

DOI dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2019-2-49-56

Многокритериальная оптимизация методом «идеальной точки» состава сырья для изготовления композитной заготовки

© 2019 г. В.Г. Титов, А.Г. Залазинский, Д.И. Крючков, А.В. Нестеренко

Институт машиноведения (ИМАШ) УрО РАН, г. Екатеринбург

Статья поступила в редакцию 31.10.18 г., доработана 30.01.19 г., подписана в печать 05.02.19 г.

Приведены результаты экспериментального исследования свойств спрессованных и спеченных брикетов из смеси следующих порошков: высокопрочного сплава ВТ-22, изготовленного распылением плазмой отходов промышленного производства титана; титана марки ПТМ-1, полученного гидридно-кальциевым способом; никель-алюминиевого сплава ПВ-Н70Ю30. Показано, что выбор состава шихты для изготовления композитных заготовок связан с необходимостью решения задачи оптимизации нескольких конкурирующих целевых функций. В качестве критериев оптимизации выбраны относительная плотность и прочность брикетов при осевом сжатии после спекания, а также стоимость шихты. Поставлена задача и предложена методология выбора оптимального состава шихты, обеспечивающего необходимые значения плотности и прочности, а также относительно невысокую стоимость изделий. Задача многокритериальной оптимизации решена методом «идеальной точки». Результаты вычислений сопоставлены с ранее полученными решениями рассматриваемой задачи методами Парето, линейного программирования и обобщенного критерия. Показано, что различные методы многокритериальной оптимизации приводят к существенно отличающимся результатам. При этом метод идеальной точки дает наименьшее расхождение между экспериментальными и модельными значениями выбранных критериев оптимизации. Результаты работы использованы для создания экспертной системы многокритериальной оптимизации технологических процессов изготовления композитов. Состав шихты, полученный с использованием метода идеальной точки, передан на промышленное предприятие, где была изготовлена деталь осесимметричной формы, у которой предел прочности и относительная плотность материала соответствуют прогнозируемым значениям.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, метод идеальной точки, прессование композита, некомпактное титансодержащее сырье, относительная плотность, прочность.

Титов В.Г. – канд. техн. наук, вед. программист лаборатории системного моделирования ИМАШ УрО РАН (620049 г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, 34). E-mail: titovvg1966@mail.ru.

Залазинский А.Г. – докт. техн. наук, проф., гл. науч. сотрудник лаборатории системного моделирования ИМАШ УрО РАН. E-mail: zalaz@list.ru.

Крючков Д.И. – канд. техн. наук, науч. сотрудник лаборатории системного моделирования ИМАШ УрО РАН. E-mail: kru4koff@bk.ru.

Нестеренко А.В. – канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник лаборатории микромеханики материалов ИМАШ УрО РАН. E-mail: nav@imach.uran.ru.

Для цитирования: Титов В.Г., Залазинский А.Г., Крючков Д.И., Нестеренко А.В. Многокритериальная оптимизация методом «идеальной точки» состава сырья для изготовления композитной заготовки. *Изв. вузов. Порошк. металлургия и функц. покрытия*. 2019. No. 2. С. 49–56. DOI: dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2019-2-49-56.

Titov V.G., Zalazinsky A.G., Kryuchkov D.I., Nesterenko A.V.

Multi-criteria optimization by the «ideal point» method of raw material composition for composite blank manufacturing

The paper provides the results of an experimental study into the properties of compressed and sintered compacts of the following powders: VT-22 high-strength titanium alloy manufactured by plasma spraying of industrial titanium production waste, PTM-1 grade titanium manufactured by the hydrate-calcium method, and PV-N70Yu30 nickel-aluminum alloy. It was shown that charge composition selection for composite blank manufacturing is connected with the need to ensure optimization of several competing target functions. The relative density and strength of compacts under axial compression after sintering, as well as charge cost were chosen as optimization criteria. The problem was set and the method was proposed to select an optimal charge composition providing the necessary values of density, strength, as well as relatively low cost of products. The problem of multi-criteria optimization was solved based on the «ideal point» method. The results of calculations were compared with the previously obtained solutions of the problem under consideration using the Pareto method, linear programming, and generalized criterion. It was shown that different methods of multi-criteria optimization lead to significantly different results. In this case, the «ideal point» method gives the minimum discrepancy between the experimental and model values of the optimization criteria selected. The results of this study were used to create an expert system for the multi-criteria optimization of composite manufacturing processes. The

charge composition obtained by the «ideal point» method was transferred to an industrial plant where an axially symmetric part was manufactured. The ultimate strength and relative density of the manufactured part material were in conformity with the predicted values.

Keywords: multi-criteria optimization, ideal point method, composite compacting, incompact titanium-containing raw materials, relative density, strength.

Titov V.G. – Cand. Sci. (Tech.), Lead programmer, Laboratory of system simulation, Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (IES UB RAS) (620049, Russia, Ekaterinburg, Komsomolskaya str., 34), E-mail: titovvg@mail.ru.

Zalazinsky A.G. – Dr. Sci. (Tech.), Principal researcher, Laboratory of system simulation, IES UB RAS. E-mail: zalaz@list.ru.

Kryuchkov D.I. – Cand. Sci. (Tech.), Researcher, Laboratory of system simulation, IES UB RAS. E-mail: kru4koff@bk.ru.

Nesterenko A.V. – Cand. Sci. (Tech.), Senior Research, Laboratory of material micromechanics, IES UB RAS. E-mail: nav@imach.uran.ru.

Citation: Titov V.G., Zalazinsky A.G., Kryuchkov D.I., Nesterenko A.V. Multi-criteria optimization by the «ideal point» method of raw material composition for composite blank manufacturing. *Izv. vuzov. Poroshk. metallurgiya i funkts. pokrytiya*. 2019. No. 2. P. 49–56 (In Russ.). DOI: dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2019-2-49-56.

Введение

Титансодержащие материалы находят применение во многих областях промышленного производства. Вместе с тем изготовление заготовок и изделий из таких материалов отличается высокой энергоемкостью и сопровождается значительным количеством трудноперерабатываемых отходов [1]. Переработка отходов металлургического производства титана может быть осуществлена с использованием технологий порошковой металлургии, позволяющих существенно уменьшить материалоемкость продукции и объем механической обработки [2]. При этом открываются перспективы для создания новых композитов и изделий из них, обладающих уникальными свойствами [3]. Ранее было показано [4, 5], что выбор компонентов и варьирование состава шихты оказывают существенное влияние на физико-механические свойства, а также стоимость композитов и изготавливаемых из них изделий.

В данной работе определены прочность и относительная плотность брикетов, спрессованных и спеченных из порошковых композиций, содержащих в своем составе переработанные отходы промышленного производства титана.

Цель работы — решение задачи определения оптимального состава шихты методом «идеальной точки» для совершенствования процессов изготовления композитных заготовок из некомпактного титансодержащего сырья.

Методы исследования

Объектом исследования был порошковый композит, спрессованный из порошка сплава ВТ-22, полученного распылением плазмой, с добавками

порошка титана ПТМ-1, приготовленного гидридно-кальциевым способом, и порошка никель-алюминиевого сплава ПВ-Н70Ю30.

С целью выбора оптимального состава порошкового композита для производства изделий, стойких к воздействию агрессивных сред и работающих в условиях циклического термосилового нагружения, провели несколько серий отсеивающих экспериментов, результаты которых описаны в [6]. Были исследованы прессуемость шихт, составленных из смесей порошков сплавов ВТ-22 и ПТМ-1 с добавками медного порошка ПМС-1 и стеарата цинка $ZnSt_2$. Порошок сплава ВТ-22 определяет прочностные свойства композиционного материала, а указанные добавки повышают плотность прессовок, но при этом существенно снижают их прочность.

Исследуемый порошок представлен фракцией менее 440 мкм, средний размер частиц $d = 156$ мкм. Свойства компонентов шихты и описание методики экспериментов приведены в работах [6–8].

Прессование брикетов проводили на гидравлическом прессе МС-500 в закрытой разъемной пресс-форме под давлением 1000 МПа. В результате получены брикеты с относительной плотностью $\rho_{отн} = 0,71 \pm 0,85$ в форме цилиндра диаметром 11,2 мм и высотой 5,3 мм. Качество поверхности брикетов оценивали визуально. В ряде случаев для неспеченных образцов с содержанием ВТ-22 60 % и выше наблюдалось осыпание кромок брикетов. Спрессованные образцы спекали в вакууме 10^{-3} МПа в течение 2 ч при $t = 1200$ °С, далее выдерживали их при этой температуре 1 ч. При этом использовали вакуумную электропечь сопротивления камерного типа СНВЭ-9/18.

Прочность брикетов оценивали по результатам опытов на осевое сжатие на универсальной испытательной машине ZWICK BT1—FR050THW/A1K.

Результаты прессования композитного материала из титаносодержащего сырья показаны в табл. 1. Здесь x_1, x_2, x_3 — варьируемые факторы, представляющие содержания компонентов шихты (мас.%): ВТ-22 (x_1), ПТМ-1 (x_2) и ПВ-Н70Ю30 (x_3). Параметры, выбранные в качестве критериев оптимизации, обозначены следующим образом:

Y_1 — предел прочности;

Y_2 — относительная плотность;

Y_3 — стоимость шихты (у.е.).

Относительная плотность брикета вычислялась по формуле

$$\rho_{\text{отн}} = \rho / \rho_{\text{теор}} \quad (1)$$

где ρ и $\rho_{\text{теор}}$ — фактическая и теоретическая плотности брикета, кг/м³.

Стоимость шихты определялась по уравнению

$$C = \frac{m_6}{100} \sum_{i=1}^3 x_i C_i, \quad (2)$$

где m_6 — масса брикета, кг; x_i — содержание i -го компонента шихты, мас.%; C_i — цена i -го компонента шихты, у.е./кг.

Целью многокритериальной оптимизации является увеличение предела прочности и плотности спрессованных брикетов при относительно невысокой стоимости шихты.

Сложность задачи принятия решений при выборе состава шихты связана с наличием нескольких противоречивых (конкурирующих) критериев оптимизации. В общем виде оптимизационная задача со многими критериями формулируется следующим образом [9, 10]:

$$Y(x) = (Y_1(x), \dots, Y_m(x)) \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (3)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)$, $X \subset R^n$.

Множество X (допустимых решений) является областью n -мерного пространства R^n , называемого «пространством альтернатив». Точкам $x \in X$ соответствуют значения вектора $Y(x)$, которые образуют в m -мерном критериальном пространстве R^m множество $F \subset R^m$.

В отличие от однокритериальных многокритериальные задачи обладают особенностями, требующими для решения разработки специальных подходов. В частности, критерии в них обычно противоречивы, т.е. во множестве X не существует решения, которое будет лучше других с точки зрения всех критериев. Часто критерии задаются в

Таблица 1. Результаты прессования композитного материала из титаносодержащего сырья

№ точки	Варируемые факторы			Критерии оптимизации						D
	$x_1, \%$	$x_2, \%$	$x_3, \%$	$Y_1, \text{МПа}$	\tilde{Y}_1	Y_2	\tilde{Y}_2	$Y_3, \text{у.е./кг}$	\tilde{Y}_3	
1	50	50	0	1356	1 (1,0000)	0,806	0,8966 (0,8966)	3000	0 (0)	1,0053 (1,0053)
2	60	30	10	1103	0,7326 (0,7326)	0,812	1 (1,0000)	2300	0,5185 (0,5185)	0,5508 (0,5508)
3	60	20	20	834	0,4482 (0,4482)	0,783	0,5000 (0,5000)	2100	0,6667 (0,6667)	0,8158 (0,8158)
4	60	10	30	535	0,1321 (0,1321)	0,776	0,3793 (0,3793)	1900	0,8148 (0,8148)	1,0830 (1,0830)
5	65	25	10	1056	0,6829 (0,6829)	0,789	0,6034 (0,6034)	2050	0,7037 (0,7037)	0,5879 (0,5879)
6	65	15	20	768	0,3784 (0,3784)	0,756	0,0345 (0,0345)	1850	0,8519 (0,8519)	1,1578 (1,1579)
7	65	5	30	410	0 (2,58·10 ⁻⁹)	0,754	0 (5,16·10 ⁻⁸)	1650	1 (1,0000)	1,4142 (1,4142)
8	70	30	0	594	0,1945 (0,1945)	0,771	0,2931 (0,2931)	2000	0,7407 (0,7407)	1,1026 (1,1026)
9	70	25	5	967	0,5888 (0,5888)	0,785	0,5345 (0,5345)	1900	0,8148 (0,8148)	0,6481 (0,6481)
Примечание. В скобках показаны результаты вычислений по формулам (7)–(10).										

разных единицах измерения. В связи с этим исходные критерии необходимо нормализовать, т.е. привести к сопоставимому безразмерному виду [11]. Кроме того, привлекается дополнительная информация о предпочтениях лица, принимающего решения (ЛПР) [10]. Разнообразие способов получения и формализации этих сведений предопределило появление множества методов решения многокритериальных задач. Большинство из них предполагают использование информации о важности критериев. Значительное количество методов решения задач многокритериальной оптимизации основано на ее сведении к однокритериальной. К ним относят следующие методы:

- линейного программирования [10];
- обобщенного критерия [11];
- выделения главного критерия (условная максимизация) [12],
- на основе ранжирования критериев, что позволяет найти лексикографическое оптимальное решение [13];
- последовательных уступок (компромиссов) [14, 15];
- скалярной свертки [16];
- максиминной свертки [17];
- свертки с использованием весовых коэффициентов [18];
- идеальной точки [5];
- поиска решений, оптимальных по Парето и Слейтеру [19].

В работе [10] показано, что использование различных способов поиска решений многокритериальных задач приводит к существенно различающимся результатам. В связи с этим применяются различные арбитражные схемы, в частности Нэша [20] и Калаи—Сморозинского [21]. Решение таких задач предпочитают называть «эффективными». Выбор лучшего варианта из множества эффективных решений возлагается на ЛПР, в качестве которого выделяют специалиста, ответственного за решение проблемы, или группу экспертов проблемной области [10].

В представленной работе использован метод идеальной точки, так как он, по мнению авторов, позволяет отразить предпочтения ЛПР.

В соответствии с названным методом по данным для Y_1 , Y_2 , Y_3 вычислены их нормированные значения \tilde{Y}_{1n} , \tilde{Y}_{2n} , \tilde{Y}_{3n} , $n = \overline{1,9}$:

$$\tilde{Y}_{1n} = \alpha_1 \frac{Y_{1n} - \min(Y_1)}{\max(Y_1) - \min(Y_1)}, \quad (4)$$

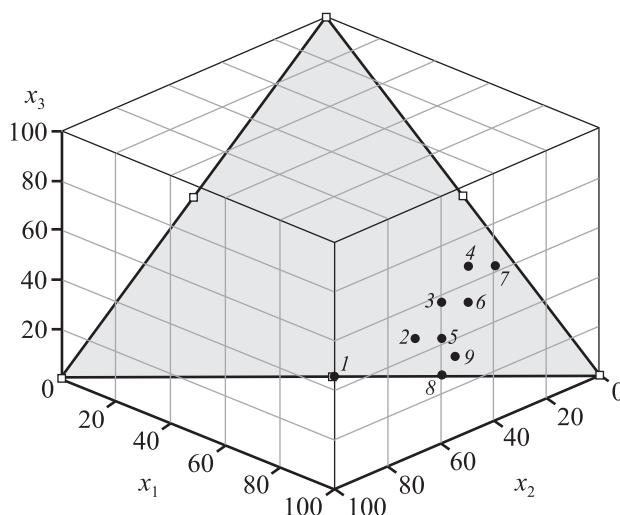


Рис. 1. Расположение экспериментальных точек в пространстве (x_1, x_2, x_3) варьируемых факторов. Темная треугольная площадь соответствует области допустимых значений x_1, x_2, x_3 , а точки 1–9 — номеру строки в табл. 1

$$\tilde{Y}_{2n} = \alpha_2 \frac{Y_{2n} - \min(Y_2)}{\max(Y_2) - \min(Y_2)}, \quad (5)$$

$$\tilde{Y}_{3n} = \alpha_3 \frac{\max(Y_3) - Y_{3n}}{\max(Y_3) - \min(Y_3)}. \quad (6)$$

Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — весовые коэффициенты для учета предпочтений относительной степени важности соответствующих критериев оптимизации. Принято, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$. Результаты нормирования приведены в табл. 1.

На рис. 1 в пространстве варьируемых факторов (x_1, x_2, x_3) показано расположение точек 1–9, соответствующих результатам экспериментального исследования (см. табл. 1).

Результаты исследования

В многокритериальном пространстве под термином «идеальная точка» обычно подразумевают точку, имеющую экстремальные значения всех критериев [5, 9]. В рассматриваемом случае $Y_1^0 = Y_{11} = 1356$ МПа, $Y_2^0 = Y_{22} = 0,812$, $Y_3^0 = Y_{37} = 1650$ у.е./кг. Второй нижний индекс n в обозначении нормированных критериев оптимизации обозначает № строки в табл. 1. Таким образом, в качестве «идеальной» выбрана точка $Y^0(Y_{11}, Y_{22}, Y_{37})$. Далее вычисляется расстояние (D) между Y^0 и альтернативой:

$$D_n(\tilde{Y}^0, \tilde{Y}_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\tilde{Y}_i^0 - \tilde{Y}_{in}^0)^2}, \quad (7)$$

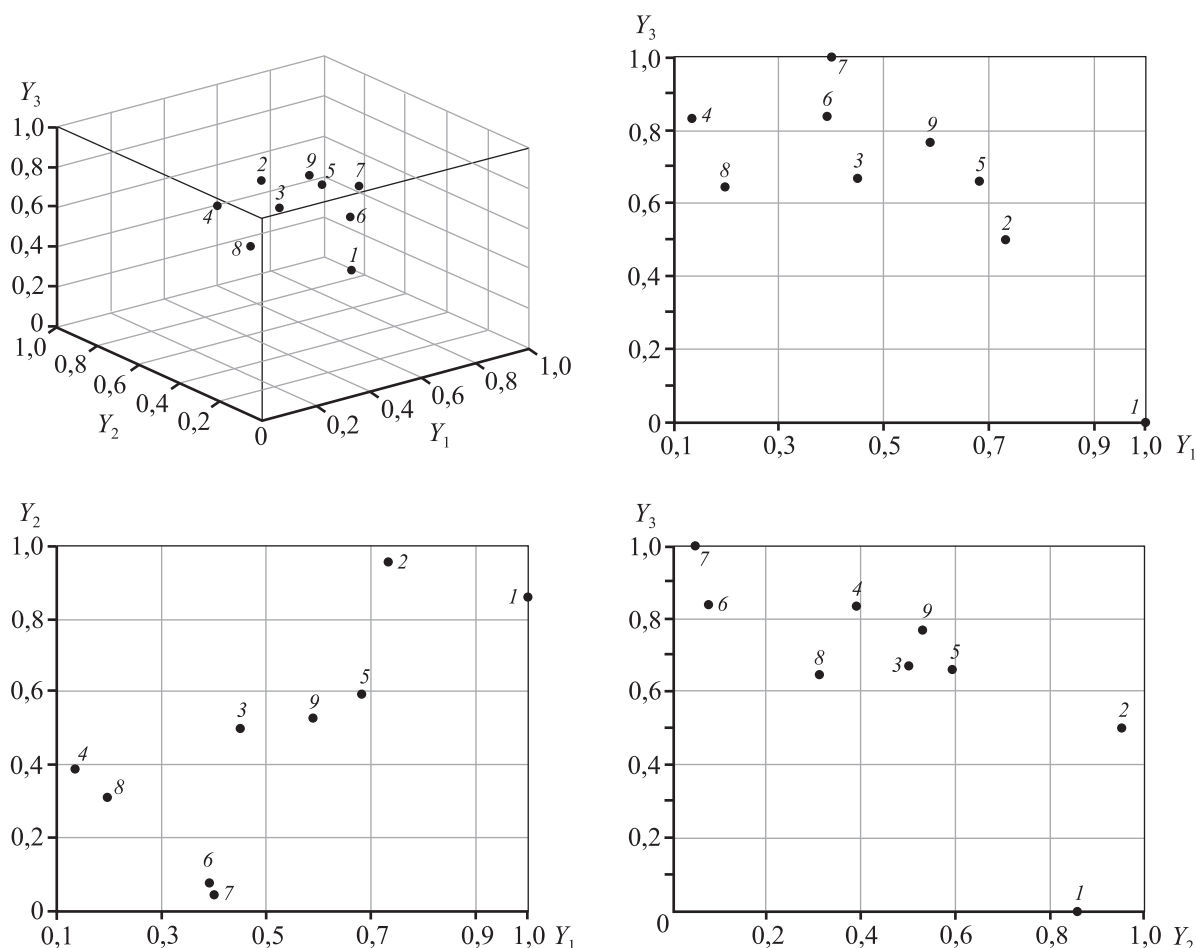


Рис. 2. Расположение экспериментальных точек в критериальном пространстве $\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2, \tilde{Y}_3$

где $\tilde{Y}_1^0 = \tilde{Y}_2^0 = \tilde{Y}_3^0 = 1$ — нормированные значения координат идеальной точки в пространстве критериев оптимизации $\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2, \tilde{Y}_3$.

Рис. 2 показывает расположение экспериментальных точек 1—9 в критериальном пространстве $(\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2, \tilde{Y}_3)$.

Нахождение оптимального решения сводится к отысканию альтернативы $x^* \in X$, наиболее близкой к идеальной точке: $D(\tilde{Y}^0, \tilde{Y}^*) = \min D(\tilde{Y}^0, \tilde{Y})$. Результаты ее вычислений с использованием (7) приведены в табл. 1. Из ее данных видно (строка 2), что для проведенного экспериментального исследования лучшие результаты получены для шихты: $x_1 = 60\%$ (порошок ВТ-22), $x_2 = 30\%$ (ПТМ1), $x_3 = 10\%$ (ПВ-Н70Ю30).

Далее была проверена возможность использования соотношения (7) совместно с системой уравнений (8)—(10), устанавливающей связь компонент вектора $\tilde{Y}(\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2, \tilde{Y}_3)$ с координатами, определенными в пространстве допустимых решений $X(x_1, x_2, x_3)$:

$$\tilde{Y}_1(x_1, x_2, x_3) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_1^2 + a_5 x_2^2 + a_6 x_3^2 + a_7 x_1^3 + a_8 x_2^3 + a_9 x_3^3, \quad (8)$$

$$\tilde{Y}_2(x_1, x_2, x_3) = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_1^2 + b_5 x_2^2 + b_6 x_3^2 + b_7 x_1^3 + b_8 x_2^3 + b_9 x_3^3, \quad (9)$$

$$\tilde{Y}_3(x_1, x_2, x_3) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3. \quad (10)$$

Методом наименьших квадратов найдены значения коэффициентов для системы уравнений (8)—(10):

$$\begin{aligned} a_1 &= -1,19555769, a_2 = 3,81759882 \cdot 10^{-1}, \\ a_3 &= 4,65410340 \cdot 10^{-1}, a_4 = 2,26427061 \cdot 10^{-2}, \\ a_5 &= -1,15221987 \cdot 10^{-3}, a_6 = -7,88967903 \cdot 10^{-3}, \\ a_7 &= -1,10385034 \cdot 10^{-4}, a_8 = 1,40944327 \cdot 10^{-5}, \\ a_9 &= 1,33961176 \cdot 10^{-4}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= 2,27513062 \cdot 10^{-1}, b_2 = 3,42789969 \cdot 10^{-2}, \\ b_3 &= 1,57267503 \cdot 10^{-1}, b_4 = -8,75000000 \cdot 10^{-3}, \\ b_5 &= 2,80172414 \cdot 10^{-3}, b_6 = -8,55407524 \cdot 10^{-3}, \\ b_7 &= 7,31452456 \cdot 10^{-5}, b_8 = -5,17241379 \cdot 10^{-5}, \\ b_9 &= 1,79205852 \cdot 10^{-4}, \end{aligned}$$

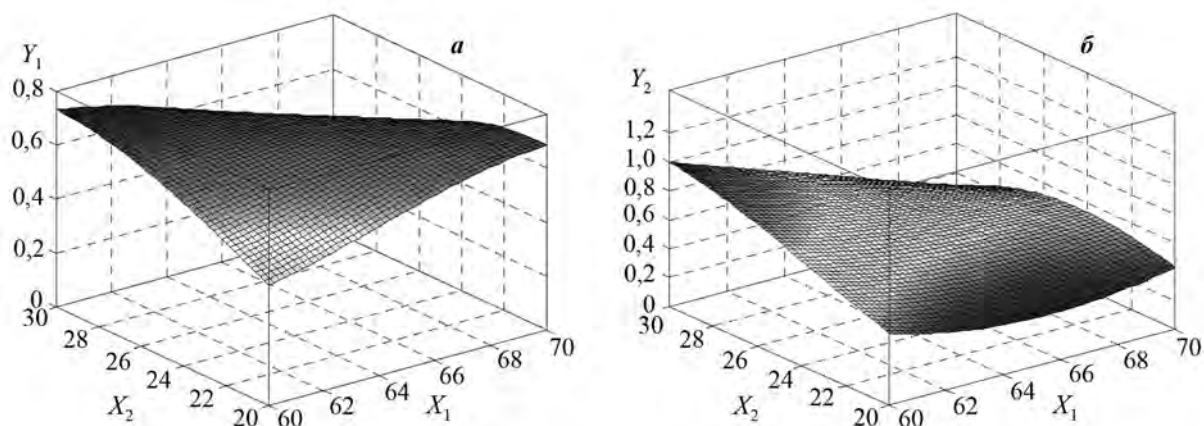


Рис. 3. Вид поверхностей \tilde{Y}_1 (а) и \tilde{Y}_2 (б) в пространстве допустимых решений X

$$c_1 = 1,85185185 \cdot 10^{-2}, c_2 = -1,85185185 \cdot 10^{-2}, \\ c_3 = -3,70370370 \cdot 10^{-3}.$$

Результаты вычислений по формулам (7)–(10) показаны в скобках в табл. 1. Рис. 3 демонстрирует \tilde{Y}_1 и \tilde{Y}_2 в пространстве допустимых решений X .

Среднее квадратичное отклонение поверхности $D(\tilde{Y}^0, \tilde{Y}^*)$, построенной согласно системе уравнений (7)–(10), от экспериментальных данных составило $3,3333 \cdot 10^{-5}$.

Таким образом, решение рассматриваемой задачи свелось к поиску минимального значения функции $D(\tilde{Y}^0, \tilde{Y}^*)$. При этом область допустимых решений (x_1, x_2, x_3) была ограничена в соответствии с рис. 1. Результат поиска точки минимума функции D показан в пространстве (x_1, x_2, x_3) варьируемых факторов на рис. 4 и 5. Эффективное решение, обеспечивающее наилучший результат,

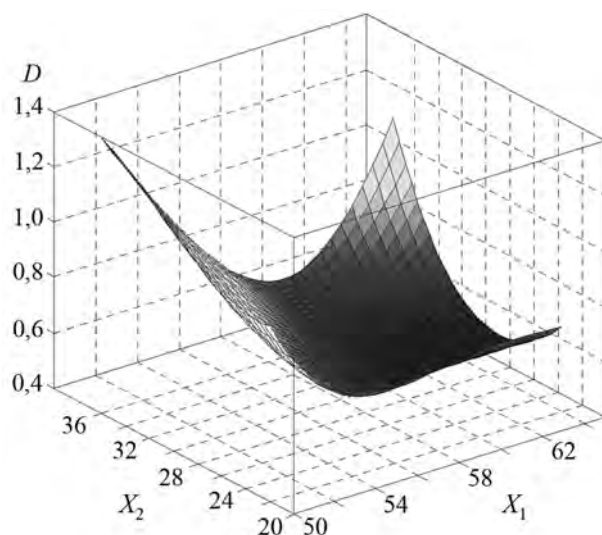


Рис. 4. Вид поверхности D , заданной в пространстве допустимых решений X

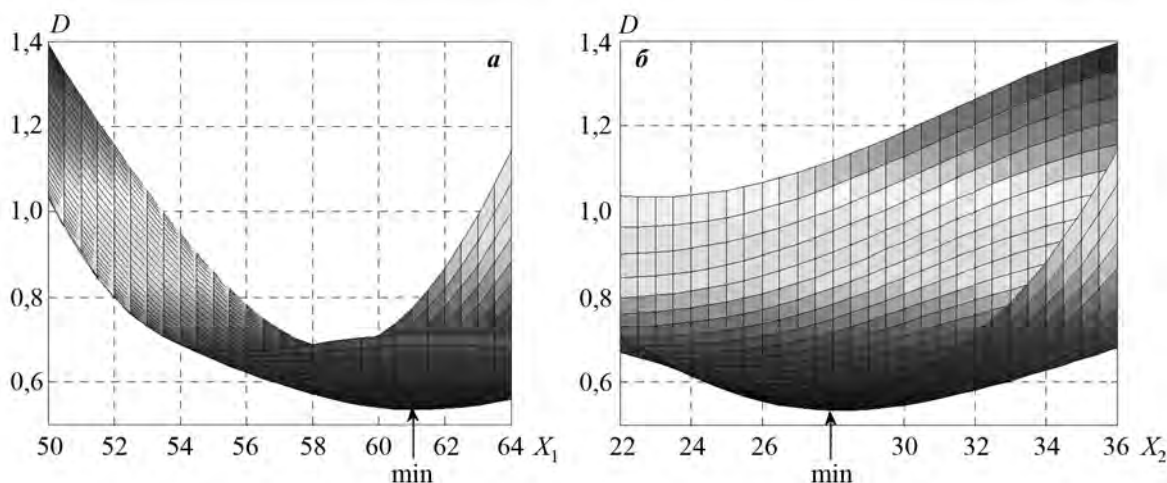


Рис. 5. Проекция поверхности D на плоскости (x_1, D) (а) и (x_2, D) (б)

Таблица 2. Результаты решения задачи многокритериальной оптимизации выбора состава шихты

Метод	x_1	x_2	x_3	\tilde{Y}_1	\tilde{Y}_2	\tilde{Y}_3	$D(\tilde{Y}^1, \tilde{Y}^*)$
Обобщенного критерия	55	36	9	0,9282	1,5190	0,3185	0,8596
Линейного программирования	77	23	0	0,1387	0,6742	1,0000	0,9209
Парето	60	30	10	0,7326	1,0000	0,5185	0,5508
Идеальной точки	61	28	11	0,7077	0,8765	0,5704	0,5341

найден в точке с координатами $x_1 = 61 \%$, $x_2 = 28 \%$, $x_3 = 11 \%$.

Эффективные решения рассматриваемой задачи были получены также методами Парето, линейного программирования и обобщенного критерия [22–24]. В табл. 2 приведен ряд альтернативных решений рассматриваемой многокритериальной задачи. Видно, что лучшее приближение к идеальной точке дает одноименный метод. Так как при его использовании получено наименьшее расхождение между экспериментальными и модельными значениями выбранных критериев оптимизации, а также учитывая то, что названная точка отвечает предпочтениям ЛПР, метод идеальной точки принят как наиболее эффективный для решения поставленной задачи.

Состав шихты, полученный методом идеальной точки, был передан промышленному предприятию, где была изготовлена деталь в виде кольца. Предел прочности при осевом сжатии 1080 МПа и относительная плотность 0,805 детали соответствуют результату, полученному методом идеальной точки.

Заключение

Методом идеальной точки определен следующий оптимальный состав шихты: 61 % порошка сплава ВТ-22, 28 % порошка титана ПТМ-1 и 11 % порошка никель-алюминиевого сплава ПВ-Н70Ю30.

Показано, что различные методы многокритериальной оптимизации дают множество эффективных решений задач многокритериальной оптимизации. Это приводит к необходимости применения и анализа совокупности рассмотренных способов для выбора лучшего решения, которое можно использовать с целью совершенствования технологических процессов.

Полученные в работе результаты переданы промышленному предприятию, где успешно прошли опытно-промышленное опробование и реализуются в виде комплекса компьютерных программ

системы совершенствования технологических процессов порошковой металлургии титана.

Авторы выражают благодарность канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотруднику лаборатории прикладной механики В.Д. Соловьеву за конструктивные замечания, способствовавшие улучшению содержания представленной работы.

Литература/References

1. Froes F.H., Smugeresky J.E. Powder metallurgy of titanium alloys. Las Vegas: The metallurgical society of AIME Publ., 1980.
2. Hull D., Clyne T.W. An introduction to composites materials. Cambridge: University Press, 1996.
3. Odu G.O., Charles-Owaba O.E. Review of multi-criteria optimization methods — theory and applications. *IOSR J. Eng.* 2013. Vol. 3. No. 10. P. 1–14.
4. Крючков Д.И., Залазинский А.Г., Поляков А.П., Березин И.М., Шенникова Т.Л., Залазинский Г.Г. Выбор оптимального состава порошкового композиционного материала на основе титана для прессования заготовок. *Кузн.-штамп. пр-во. Обработка металлов давлением.* 2014. No. 6. С. 34–38.
Kruchkov D.I., Zalazinsky A.G., Polyakov A.P., Berezin I.M., Shennikova T.L., Zalazinsky G.G. Selection of the optimal composition of powder composite material based on titanium for pressing blanks. *Kuznechno-shtampovoechnoe proizvodstvo. Obrabotka metallov davleniem.* 2014. No. 6. P. 34–38 (In Russ.).
5. Крючков Д.И., Поляков А.П., Залазинский А.Г., Березин И.М., Субачев Ю.В. Влияние состава механической смеси порошков титана на свойства заготовок. *Фунд. исследования. Техн. науки.* 2014. No. 9. С. 24–28.
Kruchkov D.I., Polyakov A.P., Zalazinsky A.G., Berezin I.M., Subachev U.V. Influence of the composition of the mechanical mixture of titanium powders on the properties of blanks. *Fundamentalnye issledovaniya. Tekhnicheskie nauki.* 2014. No. 9. P. 24–28 (In Russ.).
6. Kryuchkov D.I., Zalazinsky A.G., Berezin I.M., Romanova O.V. Modelling of compaction of titanium composite powders. *Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures.* 2015. No. 1. P. 48–60.

7. Hwang C.L., Yoon K. Multiple attribute decision making: methods and applications. Berlin: Springer-Verlag, 1981.
8. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учеб. пос. М.: МАКС Пресс, 2008.
Lotov A.V., Pospelova I.I. Multi-criteria decision-making tasks: Tutorial. Moscow: MAKS Press, 2008 (In Russ.).
9. Салеев Д.В. Анализ методов многокритериальной оптимизации, применяемых при управлении технологическими процессами. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2013. No. 2. URL: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2013/11/saleev_2_13_1.pdf
Saleev D.V. Analysis of multi-criteria optimization methods used in technological process control. *Modelirovanie, optimizatsiya i informacionnye tekhnologii*. 2013. No. 2.
10. Bunday B. Basics linear programming. Bredford: Edward Arnold, 1984.
11. Семенкин Е.С., Семенкина О.Э., Коробейников С.П. Оптимизация технических систем: Учеб. пос. Красноярск: СИБУП, 1996.
Semenkin E.S., Semenkina O.E., Korobeynikov S.P. Optimization of technical systems: Tutorial. Krasnoyrsk: SIBUP, 1996 (In Russ.).
12. Horn J., Nafpliotis N., Goldberg D.E. A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. In: *Proc. of 1-st IEEE Conf. on Evolutionary Computation*. N.Y.: IEEE Press, 1994. P. 82—87.
13. Микони С.В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив: Учеб. пос. СПб.: Лань, 2009.
Mikoni S.V. Multicriteria choice on a finite set of alternatives: tutorial. Sankt-Peterburg: Lan, 2009 (In Russ.).
14. Подиновский В.В., Гаврилов В.М. Оптимизация по последовательно применяемым критериям. М.: Сов. Радио, 1975.
Podinovskiy V.V., Gavrilov V.M. Optimization according to consistently applied criteria. Moscow: Sov. Radio, 1975 (In Russ.).
15. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K., Chernyh O.L. Computer and the search for a compromise. Method of achievable goals. Moscow: Nauka, 1997 (In Russ.).
16. Steuer R.E. Multiple criteria optimization: theory, computation and application. N.Y.: Wiley, 1986.
17. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. М.: Физматлит, 2005.
Nogin V.D. Decision-making in a multicriteria environment: a quantitative approach. Moscow: Fizmatlit, 2005 (In Russ.).
18. Liu G.P., Yang J.B., Whidborne J.F. Multiobjective optimization and control. Baldock: Research Studies Press Ltd., 2003.
19. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.
Podinovskiy V.V., Nogin V.D. Pareto-optimal solutions of multicriteria tasks. Moscow: Nauka, 1982 (In Russ.).
20. Nash J.F. (Jr). The bargaining problem. *Econometrica*. 1950. Vol. 18. No. 2. P. 155—162.
21. Kalai E., Smorodinsky M. Other solutions to Nash's bargaining problems. *Econometrica*. 1975. Vol. 43. No. 3. P. 513—518.
22. Zalazinsky A.G., Kryuchkov D.I., Nesterenko A.V., Titov V.G. Choosing the optimal Pareto composition of the charge material for the manufacture of composite blanks. In: *AIP Conference Proc.* 2017. No. 040068. URL: <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.5017416> (accessed: 23.01.2019).
23. Залазинский А.Г., Крючков Д.И., Нестеренко А.В., Титов В.Г. Оптимизация процесса прессования композита из некомпактного титансодержащего сырья. *Международ. журн. прикл. и фундамент. иссл.* 2016. No. 8. С. 334—339.
Zalazinsky A.G., Kryuchkov D.I., Nesterenko A.V., Titov V.G. Optimization of pressing process of composite from noncompact titanium-based raw material. *Mejdunarodiy jurnal prikladykh i fundamentalnykh issledovaniy*. 2016. No. 8. P. 334—339 (In Russ.).
24. Титов В.Г., Крючков Д.И., Нестеренко А.В., Залазинский А.Г. Оптимизация выбора состава шихты для изготовления композитной заготовки. *Международ. журн. прикл. и фундамент. иссл.* 2017. No. 2. С. 7—10.
Titov V.G., Kryuchkov D.I., Nesterenko A.V., Zalazinsky A.G. Optimizing of selection of the mixture composition for the making of a composite workpiece. *Mejdunarodiy jurnal prikladykh i fundamentalnykh issledovaniy*. 2017. No. 2. P. 7—10 (In Russ.).