УДК 621.762.4 **DOI** dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2021-1-21-30

Особенности определения деформированного состояния материала частиц при горячей штамповке пористых формовок

© 2021 г. Б.Г. Гасанов, А.А. Аганов, П.В. Сиротин

Южно-Российский государственный политехнический университет (ЮРГПУ (НПИ)) им. М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия

Статья поступила в редакцию 27.02.20 г., доработана 06.09.20 г., подписана в печать 08.09.20 г.

Аннотация: Показаны основные способы оценки деформированного состояния металлического каркаса пористых тел, разработанные разными авторами, на основе анализа условий текучести и определяющих уравнений, применения принципа эквивалентных деформаций и напряжений, а также изучения кинетики деформации материала в процессе прессования. Выведены формулы, позволяющие определить компоненты тензора деформаций материала частиц порошка через диады, как скалярные произведения векторов базиса сопутствующей системы координат в каждый момент деформации пористых формовок. Экспериментально обоснована целесообразность использования разработанных аналитических выражений для оценки деформированного состояния материала частиц, если известны параметры векторов смещения представительных элементов (макродеформаций) пористых заготовок. Установлены области применения известных аналитических выражений, показано, что предложенные формулы могут быть использованы для оценки деформированного состояния материала частиц при обработке давлением порошковых изделий разной конфигурации и проектировании заготовок с заданными пористостью и геометрическими параметрами, что является основой для составления программных алгоритмов при компьютерном моделировании процесса горячей штамповки пористых формовок.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние материала, компоненты тензора деформации, степень деформации, порошковая заготовка, горячая штамповка, формовка.

Гасанов Б.Г. – докт. техн. наук, проф. кафедры «Международные логистические системы и комплексы» ЮРГПУ (НПИ) им. М.И. Платова (346428, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132). E-mail: gasanov.bg@gmail.com.

Аганов А.А. – аспирант кафедры «Международные логистические системы и комплексы» ЮРГПУ (НПИ) им. М.И. Платова. E-mail: artem.aganov.alx@gmail.com.

Сиротин П.В. – канд. техн. наук, доцент, зав. кафедрой «Автомобили и транспортно-технологические комплексы» ЮРГПУ (НПИ) им. М.И. Платова. E-mail: spv_61@mail.ru.

Для цитирования: *Гасанов Б.Г., Аганов А.А., Сиротин П.В.* Особенности определения деформированного состояния материала частиц при горячей штамповке пористых формовок. *Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия.* 2021. Т. 15. No. 1. C. 21–30. DOI: dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2021-1-21-30.

Features of determining the deformed state of a particle material during hot stamping of porous moldings

B.G. Gasanov, A.A. Aganov, P.V. Sirotin

Platov South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk Polytechnic Institute) – SRSPU (NPI), Novocherkassk, Russia

Received 27.02.2020, revised 06.09.2020, accepted for publication 08.09.2020

Abstract: The paper describes main methods for assessing the deformed state of porous body metal frames developed by different authors based on the analysis of yield conditions and governing equations, using the principle of equivalent strains and stresses, and studying the kinetics of metal strain during pressing. Formulas were derived to determine the components of the powder particle material strain tensor through dyads, as scalar products of the basis vectors of the convected coordinate system at each moment of porous molding strain. The expediency of using the analytical expressions developed to determine the deformed state of the particle material was experimentally substantiated subject to the known displacement vector parameters of representative elements (macrostrains) of porous billets. The applications of well-known analytical expressions were established, and the proposed formulas proved applicable for the deformed state assessment of particle

metal during the pressure processing of powder products of different configurations and designing billets with a defined porosity and geometric parameters as a basis for compiling software algorithms for the computer simulation of porous molding hot stamping.

Keywords: tensely-deformed state of metal, strain tensor components, deformation degree, powder billet, hot stamping, molding.

Gasanov B.G. – Dr. Sci. (Eng.), prof. of the Department «International logistics systems and complexes», Platov South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk Polytechnic Institute) – SRSPU (NPI) (346428, Russia, Novocherkassk, Prosveshchenia str., 132). E-mail: gasanov.bg@gmail.com.

Aganov A.A. – graduate student of the Department «International logistics systems and complexes», SRSPU (NPI). E-mail: artem.aganov.alx@gmail.com.

Sirotin P.V. – Cand. Sci. (Eng.), associate prof., head of the Department «Automobiles and transport-technological complexes», SRSPU (NPI). E-mail: spv_61@mail.ru.

For citation: *Gasanov B.G., Aganov A.A., Sirotin P.V.* Features of determining the deformed state of a particle material during hot stamping of porous moldings. *Izvestiya Vuzov. Poroshkovaya Metallurgiya i Funktsional'nye Pokrytiya (Powder Metallurgy and Functional Coatings).* 2021. Vol. 15. No. 1. P. 21–30 (In Russ.). DOI: dx.doi.org/10.17073/1997-308X-2021-121-30.

Введение

На структурообразование и, соответственно, механические, физические и эксплуатационные свойства горячештампованных порошковых материалов влияют: химический состав, энергосиловые параметры, технологические схемы формования, скорость и температура деформации, виды и режимы последующего термомеханического воздействия и др. [1-3]. Поэтому для прогнозирования свойств материалов, проектирования формовок и расчета технологической оснастки при горячей или холодной штамповки порошковых изделий необходимо определить напряженно-деформированное состояние [4-8]. Для его оценки при прессовании пористых тел применяют различные методы: анализ условий текучести [8, 9] и составление определяющих уравнений [10]; использование принципа эквивалентных деформаций [11-13]; изучение кинетики деформации частиц [14]; моделирование процесса уплотнения изделий различной конфигурации [15] и др. Во всех случаях особенность поведения деформируемого пористого тела под действием приложенной нагрузки описывают на основе комбинаций таких фундаментальных свойств, как прочность, упругость, вязкость, пластичность и ползучесть.

Цель данной работы — обобщить известные аналитические и экспериментальные методы определения деформированного состояния материала при горячей или холодной штамповке пористых формовок, оценить их адекватность и области применения.

Расчетное определение напряженно-деформированного состояния материала при уплотнении пористых тел

Вычисляя диссипативную энергию через среднеквадратичные скорости деформации и коэффициент вязкости металлической фазы для случая одноосного растяжения или сжатия пористых сред, автор [16] предложил определять изотропную часть деформации материала частиц по следующим формулам:

$$\overline{u} = \frac{4}{3} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \Theta}{\Theta}} \right), \qquad (1)$$

$$\overline{u} = \frac{1}{(1-9)^{3/2}} \left[9_0^{1/2} - 9^{1/2} - \frac{1}{3} (9_0^{3/2} - 9^{3/2}) \right], \quad (2)$$

где Θ_0 , ϑ_0 и Θ , ϑ — соответственно начальные и конечные относительные плотность и пористость формовки.

Выражения типа (1) и (2) могут быть использованы для определения среднеквадратичных деформаций в случае, когда при прессовании изменяется только объем пористого тела в результате уплотнения, т.е. если величина является функцией пористости.

В основе уравнений состояния пластически деформируемой пористой среды лежат условия пластичности и упрочнения, а также ассоциированный закон течения [9, 10, 16—19 и др.]. Они имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{ij} = K\sigma_{\rm cp}\delta_{ij} + \frac{3}{2}\frac{\varepsilon_{\rm H}}{\sigma_{\rm H}}s_{ij},$$

$$\varepsilon_{ij} = K\sigma_{\rm cp}\delta_{ij} + \frac{\Gamma}{2T}(\sigma_{ij} - \sigma_{\rm cp}\delta_{ij}),$$
(3)

где K — модуль объемного сжатия; σ_{cp} — среднее напряжение; s_{ij} — девиатор напряжений; T и Γ интенсивности соответственно касательных напряжений и деформации сдвига; ε_{u} и σ_{u} — интенсивности деформации и напряжений; σ_{ij} — тензор напряжений; δ_{ii} — символ Кронекера.

Уравнения (3) неоднозначны, т.е. могут быть использованы для определения напряженного состояния, если известны ε_{ij} . Для этого необходимы дополнительные соотношения $\Gamma = f(T)$, которые можно получить из условий текучести пористых тел [18—20]. В частности, для пористых сред, полагая, что в пространстве напряжений вектор приращения деформации направлен по нормали к поверхности текучести, ассоциированный (с условием пластичности) закон течения имеет следующий вид:

$$3J_2 + \alpha J_1^2 = \beta \tau_s, \tag{4}$$

где *J*₁ и *J*₂ — первый и второй инварианты тензора напряжений.

Параметры пористости α и β в формуле (4) связывают напряжения и деформации, их можно определить из уравнений

$$\alpha = \frac{1}{4} \frac{\beta}{\left[\ln(1-\Theta)\right]^2},$$

$$\beta = \left[\frac{3\Theta^{1/3}}{3-2(1-\Theta)^{1/4}}\right]^2.$$
(5)

Для оценки α и β необходимо установить характерные закономерности изменения плотности каждого представительного элемента деформации пористых заготовок в каждом конкретном случае [20—24 и др.].

В процессе обработки давлением пористых заготовок важнейшую роль играет условие пластичности, которое в сочетании с определяющими уравнениями позволяет рассчитать напряженное состояние пористого тела по известным компонентам тензора деформаций и скоростей деформаций [8, 24—29].

В работах [10, 30—35 и др.] показано, что для пластически уплотняемого тела с поверхностью нагружения в виде эллипсоида напряжения σ_{ij} мо-гут быть выражены через скорости деформаций e_{ij} :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_n \sqrt{\Theta}}{\sqrt{\varphi \Gamma^2 + \psi e_{\rm cp}}} \left[\varphi e_{ij} + \left(\psi - \frac{1}{3} \varphi \right) e_{\rm cp} \delta_{ij} \right].$$
(6)

Анализ области применения и экспериментальная проверка уравнений типа (6), а также способы определения параметров α, β, φ, ψ приведены во многих работах [11, 12, 33—36 и др.].

Особое место в механике пористых тел занимает принцип эквивалентности, согласно которому все свойства металла в микрообъемах совпадают со свойствами макроскопического беспористого материала или его представительного элемента [11—13, 35 и др.]. Для установления эквивалентных характеристик пористых тел есть различные подходы [11—14, 31, 36 и др.]. Например, для идеальнопластического тела

$$\varepsilon_{_{9KB}} = \int_{0}^{t} e_{_{9KB}} dt =$$

$$= \int_{0}^{t} \frac{1}{\sqrt{1-\vartheta}} \sqrt{(1-\vartheta)^{2} \Gamma_{e}^{2} + \frac{2}{3} \frac{(1-\vartheta)^{2}}{\vartheta} e_{cp}^{2}} dt.$$
(7)

Выражение (7) можно использовать для определения эквивалентной деформации, если e_{cp} и Γ_e известны как функции координат и времени, т.е. должны быть заданы компоненты тензора скоростей деформации e_{ij} .

Функции пористости α и β (ϕ и ψ) оказывают различное влияние на напряженно-деформированное состояние материала. Так, функция $\alpha(\phi)$ учитывает влияние среднего напряжения и совместно с функцией $\beta(\psi)$ позволяет получить истинные механические характеристики материала. Величины α и β зависят от способов получения материала, размеров и форм частиц порошков и т.д. [4, 9, 14, 35, 36]. Поэтому для оценки воздействия указанных факторов, а также размеров и формы пор для разных материалов предложено вводить постоянные параметры *m* и *n* [8, 11, 36]. В этом случае условие пластичности пористых тел имеет следующий вид:

$$\sigma_{\mu}^2 + 9\alpha^m \sigma_{\rm cp}^2 - \beta^{2n+1} \sigma_T^2 = 0.$$
(8)

С учетом принципа эквивалентности установлено, что эквивалентное приращение пластических деформаций для изотропного тела составляет [11]:

$$d\bar{\varepsilon}_{_{3KB}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\beta^{2n-\frac{1}{2}} \times \sqrt{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)^2 + \frac{(d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3)^2}{2\alpha^m}},$$
(9)

где *d*ε_{*i*} — главные компоненты приращения пластических деформаций пористого тела.

По деформационной теории пластичности пористых материалов связь между напряжениями и деформациями в соответствии с принципом эквивалентности имеет следующий вид [11]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{3\varepsilon_{_{3KB}}}{2\beta^{2n}\sigma_{_{3KB}}} [\sigma_{ij} - (1 - 2\alpha_0^m)\sigma_{cp}\delta_{ij}].$$
(10)

Формулы (9) и (10) позволяют определить усредненные значения деформации материала для однородного деформированного тела при различных схемах уплотнения и обработке давлением пористых заготовок, если известны $d\varepsilon_i$, ε_{ij} , $\sigma_{_{3KB}}$, а также α , β , *m* и *n*. Поскольку последние параметры изменяются непрерывно в процессе деформации, то для оценки деформированного состояния металла необходимо иметь дополнительные функции. Наиболее простыми и обоснованными являются предложенные в работе [35] следующие функции пористости:

$$\varphi = \varphi(\vartheta) = (1 - \vartheta)^3,$$

$$\psi = \psi(\vartheta) = \frac{2}{3} \frac{(1 - \vartheta)^4}{\vartheta}.$$
(11)

Широкое распространение получили также расчеты с использованием α и β в следующем виде [20, 21, 35 и др.]:

$$\alpha = a \vartheta^m, \quad \beta = (1 - \vartheta)^{2n} \,. \tag{12}$$

Однако величины *m* и *n* нужно определять для каждого материала экспериментально, и они существенно зависят от реологических характеристик пористых тел. Особенности определения *m* и *n* для некоторых металлов приведены в монографиях [11, 35 и др.].

Для определения усредненной степени относительной пластической деформации частиц при холодном статическом прессовании порошков автор [14] предложил формулу

$$\varepsilon_l = \frac{1 - \beta_0 \Theta (1 - \varepsilon_l^n)}{3\beta_0 \varepsilon_k^n},\tag{13}$$

где β_0 — относительный объем насыпки; $\varepsilon_l^n = \ln \beta_0 \Theta$ — относительная деформация прессовки вдоль направления прессования; $\varepsilon_k^n = \ln \beta_0$ — приведенная относительная деформация прессовки при $\Theta = 1$; ε_l — относительная степень деформации частиц по нормали к поверхности межчастичных контактов. Вычисленное по формуле (13) значение ε_l при $\Theta = 1$ составляет 13,9 %.

Для оценки деформированного состояния материала при горячей штамповке пористых формовок предложено использовать подвижную систему координат, координатные линии ξ_i которой совпадают с линиями, соединяющими центры трех любых ближайших контактирующих частиц и проходящими через центры соответствующих межчастичных контактных поверхностей (рис. 1). На основе положений механики сплошных сред получена формула для вычисления компонент тензора деформации металла (в окрестности, например, межчастичной контактной поверхности) следующего вида:

$$\varepsilon_{ij}^{m} = \frac{\kappa}{2} \frac{dU_{i}^{n}}{da_{i}^{n}} \left(\delta_{ij} + \frac{\partial U_{i}^{\kappa}}{\partial \xi_{j}} \right)^{\frac{0}{e}_{i}} + \frac{\kappa}{2} \frac{dU_{j}^{n}}{da_{j}^{n}} \left(\delta_{ij} + \frac{\partial U_{j}^{\kappa}}{\partial \xi_{i}} \right)^{\frac{0}{e}_{j}} + \frac{\kappa^{2}}{2} \frac{dU_{q}^{n}}{da_{i}^{n}} \frac{dU_{q}^{n}}{da_{j}^{n}} \left[\delta_{ij} + 2 \frac{\partial U_{j}^{\kappa}}{\partial \xi_{i}} + \frac{\partial U_{s}^{\kappa}}{\partial \xi_{i}} \frac{\partial U_{s}^{\kappa}}{\partial \xi_{j}} \right]^{\frac{0}{e}_{i}} \frac{0}{e_{j}} , \quad (14)$$

где da_i — ребро грани «представительного» элемента пористого тела до деформации; $d\vec{U}_z^n$ — проекции вектора перемещения выбранного узла этого элемента на исходные (неподвижные) координатные линии (z = i, j, k); $d\vec{U}_i^{\kappa}$ — проекция вектора перемещения выбранной точки на межчастичной контактной поверхности на *i*-ю координатную линию ξ_i сопутствующей системы с вектором базиса

до $\left(\stackrel{\circ}{\vec{e}}\right)$ и после (\vec{e}) деформации (рис. 1).

Коэффициент к в выражении (14) зависит от угла φ_i нормального контактного взаимодействия *i*-го контакта частицы формовки. В зависимости от формы частиц $\bar{\varphi} = 40 \div 60^{\circ}$ [14], а среднее значение к $\approx 2/3$. Для малых деформаций из выражения (14) имеем

$$\varepsilon_{11}^{\rm M} = \kappa \frac{\Delta U_l^n}{\Delta a_l^n} \left(1 + \frac{\Delta U_l^{\kappa}}{1 - \Delta U_{l_0}^{\kappa}} \right) (1 - \Delta U_{l_0}^{\kappa})^2, \qquad (15)$$

$$\varepsilon_{22}^{\mathsf{M}} = \varepsilon_{33}^{\mathsf{M}} = 2\sqrt{2}\kappa\Delta U_{l_0}^{\kappa} \frac{\Delta U_l^n}{\Delta a_l^n} \times \left[\frac{(\Delta U_{l_0}^{\kappa} + \Delta U_i^{\kappa})^2}{\Delta U_l^{\kappa} (1 - \Delta U_{l_0}^{\kappa})} - \Delta U_{l_0}^{\kappa} \right]^{0,5}.$$
 (16)



Рис. 1. Схема деформации частиц металла в зоне контакта в двухмерных моделях при уплотнении пористых заготовок

Fig. 1. Deformation diagram of metal particles in the contact zone in two-dimensional models at porous billet consolidation

В формулах (15) и (16)

$$\Delta U_{l_0}^{\kappa} = \frac{n_{\kappa}^{M} \Theta_{\mathrm{H}}(\Theta_0 - \Theta_{\mathrm{H}}) R_r}{\pi^2 (\Theta_0^2 + \Theta_{\mathrm{H}}^2 + \Theta_0 \Theta_{\mathrm{H}})},$$
$$\Delta U_{l}^{\kappa} = \frac{n_{\kappa}^{M} \Theta_0 (\Theta - \Theta_0) R_r^3}{\pi^2 (1 - \Delta U_{l_0}^{\kappa})^2 (\Theta_0^2 + \Theta^2 + \Theta_0 \Theta)}$$

где $n_{\rm K}^{\rm M}$ — число контактов, приходящееся на каждую частицу порошка; Θ и Θ_0 — соответственно текущая и исходная относительная плотность пористой заготовки; $\Theta_{\rm H}$ —насыпная плотность порошковой шихты; R_r — среднестатистический радиус частиц порошка.

Для вычисления степени деформации материального волокна ε_{ij}^{M} в центре частиц порошка получены следующие выражения:

$$\varepsilon_{22}^{M} = \left[\kappa \frac{\Delta U_{2}^{n}}{\Delta a_{2}^{n}} \left(1 + \frac{\Delta U_{2}^{\kappa}}{1 - \Delta U_{2_{0}}^{\kappa}}\right) + \frac{\kappa^{2}}{2} \left(\frac{\Delta U_{2}^{n}}{\Delta a_{2}^{n}}\right)^{2} \left(1 + \frac{\Delta U_{2}^{\kappa}}{1 - \Delta U_{2_{0}}^{\kappa}}\right)^{2}\right] (1 - \Delta U_{2_{0}}^{\kappa})^{2}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_{33}^{M} = \left[\kappa \frac{\Delta U_{3}^{n}}{\Delta a_{3}^{n}} \left(1 + \frac{\Delta U_{3}^{\kappa}}{1 - \Delta U_{3_{0}}^{\kappa}}\right) + \frac{\kappa^{2}}{2} \left(\frac{\Delta U_{3}^{n}}{\Delta a_{3}^{n}}\right)^{2} \left(1 + \frac{\Delta U_{3}^{\kappa}}{1 - \Delta U_{3_{0}}^{\kappa}}\right)^{2}\right] (1 - \Delta U_{3_{0}}^{\kappa})^{2}. \quad (18)$$

При этом ε_{11}^{M} вычисляем по формуле (15), поскольку координатная линия ξ_i проходит через центры частиц и контактной поверхности.

Недиагональные компоненты тензора ε_{ij}^{M} в этом случае можно вычислить, используя следующее выражение:

$$\varepsilon_{ij}^{\mathrm{M}} = \frac{1}{2} \Biggl[\Biggl(1 - \Delta U_{j_{0}}^{\kappa} + \kappa \frac{\Delta U_{ij}^{n}}{\Delta a_{j}^{n}} \Delta U_{j}^{\kappa} \Biggr) \times \Biggl(1 - \Delta U_{i_{0}}^{\kappa} + \kappa \frac{\Delta U_{ij}^{n}}{\Delta a_{i}^{n}} \Delta U_{i}^{\kappa} \Biggr) \times \Biggr) \Biggr] \times \Biggl(1 - \Delta U_{i_{0}}^{\kappa} + \kappa \frac{\Delta U_{ij}^{n}}{\Delta a_{i}^{n}} \Delta U_{i}^{\kappa} \Biggr) \Biggr] .$$
(19)

Если заданы направляющие косинусы (n_i) выбранного волокна частицы в начальном или конечном сопутствующих базисах координат, то для материальных волокон связь между $\varepsilon_{\rm M}$ и $\varepsilon_{ij}^{\rm M}$ в любой системе отсчета имеет следующий вид:

$$(\varepsilon_{\rm M} + 1)^2 = 2\varepsilon_{ij}^{\rm M} + 1 \left(\stackrel{0}{n_i} \cdot \stackrel{0}{n_i} = 1, \stackrel{0}{n_i} \cdot \stackrel{0}{n_j} = 0 \right),$$

$$(1 - \varepsilon_{\rm M})^2 = 1 - 2\varepsilon_{ij}^{\rm M} \quad (n_i \cdot n_i = 1, \quad n_i \cdot n_j = 0).$$
(20)

Подставляя значения ε_{ij}^{M} , вычисленные по формулам (15)—(19), в выражение (20), можно определить степень деформации любого материального волокна частиц порошка в окрестности межчас-

тичной контактной поверхности или в конкретных частицах порошка представительного элемента.

Экспериментальное исследование деформированного состояния материала при обработке давлением пористых порошковых заготовок

Для экспериментальной оценки степени деформации материала применительно к горячей штамповке пористых формовок использовали модели из уложенных и насыпанных в пресс-форму свинцовых шариков диаметром 2,4 и 3,6 мм с учетом того, что в температурном интервале 15— 30 °С по своим пластическим свойствам свинец в известной степени моделирует сталь при ее горячей обработке давлением.

Исследования показали, что при деформации моделей с насыпанными шариками число контактов, приходящихся на один шарик (n_k) , возрастает линейно с увеличением относительной плотности: $n_k(\Theta) = n_k^M \Theta$, где n_k^M — среднестатистическое число контактов, приходящихся на одну частицу, при 100 %-ной плотности порошкового изделия. Например, при относительной плотности ~0,7÷0,72 имеем $n_k^M = 6$ ÷7, а если $\Theta > 0,8$ ÷0,9, то возникают новые точечные контакты и их среднестатистическое чисское число достигает 12—14. В дальнейших расчетах примем $n_k^M \approx 12$.

Поскольку при деформации используемых моделей $\Delta U_{i_0}^{\kappa} = 0$, $\overset{\circ}{\vec{e}} = 1$, а $\frac{\partial U_l^{\kappa}}{\partial \xi_l} = \frac{\Delta U_l^{\kappa}}{\Delta \xi_l} = \frac{\Delta U_l^{\kappa}}{\overline{R}_{\text{III}}}$, то из выражений (15)—(19), находим

$$\varepsilon_{11}^{M} = \varepsilon_{22}^{M} = \varepsilon_{33}^{M} = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{\Theta_{H}}{\Theta} \right) \times \\ \times \left(1 + \frac{n_{\kappa}^{M} (\Theta - \Theta_{H})}{\pi^{2} (\Theta^{2} + \Theta_{H}^{2} + \Theta \Theta_{H})} \right),$$
(21)
$$\varepsilon_{12}^{M} = \varepsilon_{13}^{M} = \varepsilon_{23}^{M} = \\ = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \frac{4}{3} \left(1 - \frac{\Theta_{H}}{\Theta} \right) \left(\frac{n_{\kappa}^{M} \Theta (\Theta - \Theta_{H})}{\pi^{2} (\Theta^{2} + \Theta_{H}^{2} + \Theta \Theta_{H})} \right) \right] \times \\ \times \left| \cos \frac{4\pi}{n_{\kappa}^{M} \Theta} \right| - \left| \cos \frac{4\pi}{n_{\kappa}^{M} \Theta_{H}} \right| \right\}.$$

Подставляя значения ε_{ij}^{M} , вычисленные по формуле (21), в выражение (20), определяли относительную степень деформации заданного материального волокна шарика. В частности, для волокна длиной R_{i0} , совпадающего с координатной линией ξ_i и равного по модулю радиусу шарика до деформации, имеем

$$\varepsilon_{R}^{M} = \sqrt{2\varepsilon_{11} + 1} - 1 =$$

$$= \sqrt{\frac{4(\Theta - \Theta_{H})}{3\Theta}} \left[1 + \frac{n_{K}^{M}\Theta(\Theta - \Theta_{H})}{\pi^{2}(\Theta^{2} + \Theta_{H}^{2} + \Theta\Theta_{H})} \right] + 1} - 1. \quad (22)$$

В работе [37] были предложены более простые формулы для вычисления $\varepsilon_R^{\rm M}$ при одноосной деформации пористой формовки в замкнутой области:

$$\varepsilon_{R}^{M} = \frac{1}{2}\beta_{H}\varepsilon_{\Pi p} = \frac{1}{2}(\beta_{H} - \beta) = \frac{\Theta - \Theta_{H}}{2\Theta\Theta_{H}}, \quad (23)$$

где є_{пр} — относительная степень деформации прессовки.

Вычисленные величины относительной деформации материального волокна ε_R^{M} при $\Theta_H = 0,61$ и $n_{\kappa}^{M} = 12$ приведены на рис. 2. Из него следует, что значения ε_R^{M} , определенные по формуле (1), значительно больше, чем экспериментально-расчетные, а рассчитанные по формуле (13) — существенно меньше. Поэтому при получении формовок простой конфигурации для определения степени деформации материальных волокон частиц, совпадающих с линиями, соединяющими их центры и проходящими через центры контактных поверх-



Рис. 2. Влияние относительной плотности формовки на степень деформации ε_R^{M} ,

вычисленную по разным формулам 1 – формула (1); 2 – (2); 3 – (23); 4 – (22); 5 – (13)

Fig. 2. Effect of relative molding density on deformation degree ε_R^{M} calculated by different formulas 1 - formula (1); 2 - (2); 3 - (23); 4 - (22); 5 - (13)

ностей, могут быть использованы формулы (2), (22) или (23).

Для экспериментального определения деформированного состояния материала пористого тела применяли также порошковые формовки, полученные прессованием шихты из железного порошка ПЖ2М3, со вставленными в определенной плоскости медными цилиндриками высотой 2,00-2,20 мм и диаметром 1,3 мм. Схема расположения цилиндриков в шихте после холодного прессования (ХП) и горячей штамповки (ГШ) показана на рис. 3. Формовки разной пористости спекали при температуре 950 °С в течение 30 мин. Часть из них уплотняли на копре после нагрева в камерной печи (950 °C, 10 мин) с приведенной работой 220 МДж/м³. Остаточная пористость всех образцов после ГШ не превышала 1,0-1,5 %. Спеченные и горячештампованные образцы разрезали вдоль плоскости расположения медных

цилиндриков, шлифовали и полировали. Высоту цилиндриков измеряли на оптическом микроскопе при увеличении 20—50.

Истинную и относительную степень деформации медных цилиндриков определяли по следующим формулам:

$$\varepsilon_h^{\rm x} = \frac{h_{\rm x}}{h_0}, \quad \varepsilon_h^{\rm r} = \frac{h_{\rm x} - h_{\rm r}}{h_{\rm x}}, \quad \varepsilon_h^{\rm c} = \frac{h_0 - h_{\rm r}}{h_0}, \quad (24)$$

где h_0 , h_x , h_r — высота цилиндриков соответственно до и после ХП и ГШ; ε_h^x , ε_h^r , ε_h^c — степень деформации после ХП, ГШ и суммарная деформация относительно их исходной высоты h_0 .

Значения относительной степени деформации материала (волокон) частиц порошка железа после холодного прессования рассматриваемых моделей ($\Theta_{\rm H} = 0,29$), вычисленные по формулам (1), (2), (13) и (22), приведены на рис. 4. При остаточной пори-



Рис. 3. Схемы расположения и значения степени деформации медных цилиндриков в образцах *a* – при установке; *б* – перед ХП; *в* – после ХП и спекания; *е* – после ГШ *1* – матрица, *2* – шаблон, *3* – нижний пуансон, *4* – медный цилиндрик Геометрические размеры указаны в мм

Fig. 3. Layout diagrams and deformation degree values for copper rods in samples

a – at installation; δ – before cold pressing; a – after cold pressing and sintering; a – after hot stamping I – matrix, 2 – template, 3 – lower punch, 4 – copper rod Geometrical dimensions are in mm

Powder Metallurgy and Functional Coatings • 2021 • Vol. 15 • № 1

стости прессовок в пределах 25—40 % значения $\varepsilon_{\rm M}$ для медных цилиндриков, определенные экспериментально (см. рис. 4, кр. 2), и для частиц порошка, вычисленные по формулам (13) и (22) (рис. 4, кр. 1 и 3), отличаются незначительно.

С увеличением исходной пористости спеченных формовок с 13 до 37 % относительная степень деформации осей цилиндриков после горячей штамповки, определенная экспериментально, возрастает с 0,12 до 0,3 (рис. 5, кр. 3). Суммарная степень деформации (после ХП и ГШ) при этом изменяется в пределах 0,29—0,31 (рис. 5, кр. 4).

Сравнивая значения степени пластической деформации медных цилиндриков, определенные экспериментально (рис. 5, кр. 3), и для частиц порошка железа (рис. 5, кр. 2), вычисленные по формулам (20) и (21), видно, что расчетные величины $\varepsilon_{\rm M}$ в пределах погрешности измерений адекватны экспериментальным. Значения степени деформации частиц порошка железа, вычисленные по формуле (13) (см. рис. 5, кр. 1), значительно ниже, чем экспериментальные (кр. 3), а значения $\varepsilon_{\rm M}$ рассчитанные по формуле (2) (см. рис. 5, кр. 5), существенно больше их.

Таким образом, для определения степени деформации материала частиц пористых формовок при горячей или холодной штамповке изделий различной формы рекомендуется использовать формулы (15)—(20), если заданы приращения макродеформации, или формулу (21) в случае, когда



Рис. 4. Влияние остаточной пористости формовок после ХП на относительную степень деформации медных цилиндриков (кр. 2, экспериментальная) и частиц порошка (кр. 1, 3-5), определенную по разным формулам I - формула (13); 3 - (22); 4 - (1); 5 - (2)

Fig. 4. Effect of residual molding porosity after cold pressing on relative deformation degree of copper rods (curve 2, experimental) and powder particles (curve 1, 3-5) determined using different formulas 1 -formula (13); 3 - (22); 4 - (1); 5 - (2)



Рис. 5. Влияние исходной пористости формовок на относительную степень деформации медных цилиндриков после ГШ без учета ХП (кр. 3, экспериментальная), ХП + ГШ (4) и частиц порошка железа после ГШ (1, 2, 5), вычисленную по разным формулам I - формула (13); 2 - (20) и (21); 4 - (24); 5 - (2)

Fig. 5. Effect of initial molding porosity on relative deformation degree of copper rods after hot stamping without regard to cold pressing (curve 3, experimental), cold pressing + hot stamping (4) and iron powder particles after hot stamping (1, 2, 5) calculated by different formulas I -formula (13); 2 - (20) and (21); 4 - (24); 5 - (2)

конфигурации пористых заготовок и получаемых изделий мало отличаются.

Заключение

Проведен анализ известных методов определения напряженно-деформированного состояния при прессовании порошков и обработке давлением порошковых формовок. Предложены формулы для определения деформированного состояния материала частиц при горячей или холодной деформации пористых формовок, позволяющие прогнозировать структуру и свойства изделий, получаемых методами ГШ, определять напряженное состояние в заданной зоне пористого тела в соответствии с деформационной теорией пластичности с учетом условий пластичности и, используя диаграммы деформирования, проектировать пористые заготовки и реализовывать новые цифровые технологии. На их основе можно составлять программные комплексы для определения энергосиловых параметров при расчете штампов и средств технологического оснащения.

Литература/References

1. Dorofeyev Y., Dorofeyev V. Powder forging in PSRSPU. Metal. Powder Report. 2018. Vol. 73. No. 2. P. 87–93.

- Dorofeev V.Yu., Dorofeev Yu.G. Powder forging: Today and tomorrow. Powder Metall. Met. Ceram. 2013. Vol. 52. No. 7/8. P. 386–392.
- Дорофеев Ю.Г., Гасанов Б.Г., Дорофеев В.Ю., Мищенко В.Н., Мирошников В.И. Промышленная технология горячего прессования порошковых изделий. М.: Металлургия, 1990.

Dorofeev Yu.G., Gasanov B.G., Dorofeev V.Yu., Mishchenko V.N., Miroshnikov V.I. Industrial technology of hot pressing of powder products. Moscow: Metallurgiya, 1990 (In Russ.).

- Kuhn H.A., Ferguson B.L. Powder forging. Princeton, New Jersey: MPIF, 1990.
- 5. *Oyane M., Shima S., Kono Y.* Theory of plasticity porous metals. Bull. ISME. 1973. No. 99. P. 1254–1262.
- Горохов В.М., Дорошкевич Е.А., Ефимов А.М., Звонарев Е.В. Объемная штамповка порошковых материалов. Минск: Наука и техника, 1993.
 Gorokhov V.M., Doroshkevich E.A., Efimov A.M., Zvonarev E.V. Bulk stamping of powder materials. Minsk: Nauka i tekhnika, 1993 (In Russ.).
- 7. *Green R.Jr.* Plasticity theory for porous solids. *Int. J. Mech. Sci.* 1972. No. 14. P. 215–224.
- Green R.Jr. Theory of plasticity of porous bodies. Mechanics. 1973. No. 4. P. 109–120.
- Kovalchenko M.S. Mechanical properties of isotropic porous materials. II. Uniaxial tensile and compressive yield points. *Powder Metall. Met. Ceram.* 1993. Vol. 32. P. 366–370.
- Штерн М.Б. Определяющие уравнения для упрочняемых пористых тел. Порошковая металлургия. 1981. No. 4. C. 17—23.

Shtern M.B. Defining equations for hardened porous bodies. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1981. No. 4. P. 17–23 (In Russ.).

- Петросян Г.Л. Пластическое деформирование порошковых материалов. М.: Металлургия, 1988. *Petrosyan G.L.* Plastic deformation of powder materials. Moscow: Metallurgiya, 1988 (In Russ.).
- Штерн М.Б. Эквивалентные деформации и напряжения порошковых материалов. Сообщ. І. Связь эквивалентной деформации пористых тел с локальными характеристиками и реологическими свойствами твердой фазы. Порошковая металлургия. 1987. No. 1. C. 18—22.

Shtern M.B. Equivalent deformations and stresses of powder materials. Messege I. The relationship of the equivalent deformation of porous bodies with local characteristics and rheological properties of the solid phase. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1987. No. 1. P. 18–22 (In Russ.).

Штерн М.Б. Эквивалентные деформации и напряжения порошковых материалов. Сообщ. П. Связь эквивалентной деформации пористых тел с макроскопическими деформациями. Порошковая металлургия. 1987. No. 2. C. 20–25.

Shtern M.B. Equivalent deformations and stresses of powder materials. Messege II. The relationship of the equivalent deformation of porous bodies with local characteristics and rheological properties of the solid phase. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1987. No. 2. P. 20–25 (In Russ.).

- Жданович Г.М. Теория прессования металлических порошков. М.: Металлургия, 1969. Zhdanovich G.M. Theory of pressing metal powders. Moscow: Metallurgiya, 1969 (In Russ.)
- Розенберг О.А., Михайлов О.А., Штерн М.Б. Численное моделирование процесса деформационного упрочнения пористых втулок методом многократного протягивания. Порошковая металлургия. 2012. No. 7/8. C. 3–11.
 - *Rozenberg O.A., Mikhailov O.A., Shtern M.B.* Numerical simulation of the process of strain hardening of porous bushings by the method of multiple pulling. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 2012. No. 7/8. P. 3–11 (In Russ.).
- Скороход В.В. Среднеквадратичные напряжения и скорости деформации в вязкодеформируемом пористом теле. Порошковая металлургия. 1965. No. 12. C. 31—35.

Skorokhod V.V. RMS stresses and strain rates in a viscodeformable porous body. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1965. No. 12. P. 31–35 (In Russ.).

- 17. *Kuhn H.A., Downey C.L.* Deformation characteristics and plasticity theory of sintered powder materials. *Int. J. Powder Metall.* 1971. No. 1. P. 15–25.
- Oyane M., Kawakami T., Shima S. Plasticity theory for porous metals and application. J. Jpn. Soc. Powder Powder Metall. 1973. Vol. 20. No. 5. P. 142–146.
- Shima S., Oyne M. Plasticity theory for porous metals. Int. J. Mech. Sci. 1976. Vol. 18. Iss. 6. P. 285–291.
- Shtern M.B, Dudunov V.D. On limit plasticity definition for porous body. I. The effect of porosity and mechanical characteristics of solid phase on porous sintered material plasticity resource. *Powder Metallurgy*. 1999. Vol. 38. P. 560–568.
- Баглюк Г.А. Сравнительный анализ деформированного состояния пористых заготовок при штамповке в закрытом и открытом штампах. Обраб. металлов давлением. 2012. No. 2. C. 147—153.
 - *Baglyuk G.A.* Comparative analysis of the deformed state of porous preforms during stamping in closed and open dies. *Obrabotka metallov davleniem.* 2012. No. 2. P. 147–153 (In Russ.).

Powder Metallurgy and Functional Coatings • 2021 • Vol. 15 • № 1

- Deshpande V.S., Fleck N.A. Isotropic constitutive models for metallic foams. J. Mechan. Phys. Sol. 2000. Vol. 48. P. 1253–1283.
- Михайлов О.В., Штерн М.Б. Учет разносопротивляемости растяжению и сжатию в теориях пластичности пористых тел. Порошковая металлургия. 1989. No. 2. C. 11–17.

Mihailov O.V., Shtern M.B. Taking into account different resistance to tension and compression in theories of plasticity of porous bodies. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1989. No. 2. P. 11–17 (In Russ.).

- 24. *German R.M.* Particle packing characteristics. Princeton: Metal Powder Industries Federation, 1989.
- Мидуков В.З. Кривые упрочнения пористых материалов. Порошковая металлургия. 1990. No. 11. С. 1—6. Midukov V.Z. Hardening curves for porous materials. Poroshkovaya Metallurgiya. 1990. No. 11. P. 1—6 (In Russ.).
- Fleck N.A., Hutchinson Y.W. Strain gradient plasticity. Adv. Appl. Mech. 1997. Vol. 33. P. 295–361.
- Toth L.S., Zhao Y., Beygelzimer Y., Toth L.S., Shtern M. Modeling strain and density distributions during highpressure torsion of pre-compacted powder materials. *Mater. Res. Lett.* Vol. 5. 2017. P. 179–186.
- Olevsky E.A., Timmermans G., Shtern M.B., Froyen L., Delaey L. The permeable element method for modelling of deformation processes in porous and powder materials: Theoretical basis and checking by experiments. *Powder Technology*. 1997. Vol. 93. P. 127–141.
- 29. Лаптев А.М. Критерии пластичности пористых металлов. Порошковая металлургия. 1982. No. 7. С. 12—18.

Laptev A.M. The criteria for the ductility of porous metals. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1982. No. 7. P. 12–18 (In Russ.).

 Мартынова И.Ф., Штерн М.Б. Уравнение пластичности пористого тела, учитывающее истинные деформации материала основы. Порошковая металлургия. 1978. No. 1. C. 23–29.

Martynova I.F., Shtern M.B. The equation of plasticity of a

porous body, taking into account the true deformation of the base material. *Poroshkovaya Metallurgiya*. 1978. No. 1. P. 23–29 (In Russ.).

- Oyane M., Sehima S., Tabata T. Consideration of basid equations and their application in forming of metal powders and porous metals J. Mech. Working Technol. 1978. Vol 1. P. 325–341.
- Shtern M., Mikhailov O. Defects formation in die Compaction: Prediction and numerical analysis. Proc. Powder Metalurgy Eur. Congr. (France, Nice, 22–24 Oct. 2001). Nice, 2001. Vol. 3. P. 50–57.
- Hirschvogel M. Beitrag zur Plastizitats teorie poroser Kompressibler Materialen mit Anwendung in der Pulvermettallurgie. Stutgart (TH): Dr. Jug. Diss., 1975.
- 34. Лещинский В.М., Сегал В.М., Блохин А.Г. Определение функций пористости условия пластичности порошкового тела при простом нагружении. Порошковая металлургия. 1990. No. 12. С. 15—17. Leshchinskii V.M., Segal V.M., Blokhin A.G. Determination of porosity functions of the plasticity condition of a powder body under a simple load. Poroshkovaya Metallurgiya. 1990. No. 12. P. 15—17 (In Russ.).
- 35. Штерн М.Б., Сердюк Г.Г., Максименко Л.А., Трухан Ю.В., Шуляков Ю.М. Феноменологические теории прессования порошков. Киев: Наук. думка, 1982. Shtern M.B., Serdyuk G.G., Maksimenko L.A., Trukhan Yu.V., Shulyakov Yu.M. Phenomenological theories of pressing. Kiev: Naukova dumka, 1982 (In Russ.).
- Martinova I., Shtern M. On the nonlinear creep model for porous bodies. Sei. Sinter. 1994. Vol. 26. No. 3. P. 299–306.
- Дорофеев Ю.Г., Гасанов Б.Г. Определение степени деформации материала при динамическом горячем уплотнении пористых заготовок. Порошковая металлургия. 1976. No. 8. C. 35—39.

Dorofeev Yu.G., Gasanov B.G. Determination of the degree of deformation of the material during dynamic hot compaction of porous performs. *Poroshkovaya Metallurgiya.* 1976. No. 8. P. 35–39 (In Russ.).